

Octopus Paul

In 2010 werd octopus Paul wereldberoemd omdat zijn 'voorspellingen' over de afloop van de wedstrijden van Duitsland tijdens het wereldkampioenschap voetbal in dat jaar allemaal bleken uit te komen. Bij deze voorspellingen moest Paul telkens kiezen uit twee bakken met een mossel.

Op de ene bak stond de vlag van Duitsland, op de andere bak de vlag van de tegenstander. Het land van de bak waaruit Paul de mossel opat, zou de wedstrijd gaan winnen. We gaan ervan uit dat er geen wedstrijden in een gelijkspel eindigen.

Later heeft Paul ook een correcte voorspelling gedaan voor de finale, waarin Spanje Nederland versloeg.

We gaan ervan uit dat Paul willekeurig een bak kiest. Daarmee is de kans dat hij een uitslag correct voorspelt natuurlijk 0,5.

Bij het Europees Kampioenschap van 2008 heeft Paul ook al de uitslagen van verschillende wedstrijden voorspeld. In 2008 wist hij vier van de zes keer een correcte voorspelling te geven.

- 4p **9** Bereken de kans dat Paul bij zes willekeurige voorspellingen **minstens** vier keer een correcte voorspelling geeft.

Naast Paul waren er in 2010 nog meer dieren die voorspellingen deden, zoals de parkiet Mani uit Singapore. Als er maar genoeg dieren voorspellingen doen, dan is de kans dat er één tussen zit die alles goed voorspelt helemaal niet zo klein.

Stel dat 20 dieren een voorspelling doen voor 8 wedstrijden waarbij ze per wedstrijd allemaal een kans van 0,5 hebben dat hun voorspelling juist blijkt te zijn.

- 6p **10** Bereken de kans dat ten minste één dier alle wedstrijden juist voorspelt.

Engelse sportstatistici hebben zich voor het toernooi van 2010 ook aan voorspellingen gewaagd. Zij keken voor de deelnemende landen naar het bruto binnenlands product per hoofd van de bevolking (*bbp*), de bevolkingsomvang (*pop*) en de wedstrijdervaring (*erv*). Dat leverde de volgende formule op:

$$GD(A, B) = 0,316 \cdot \log\left(\frac{pop(A)}{pop(B)}\right) + 0,334 \cdot \log\left(\frac{bbp(A)}{bbp(B)}\right) + 1,702 \cdot \log\left(\frac{erv(A)}{erv(B)}\right)$$

Hierbij is $GD(A, B)$ het aantal doelpunten dat land A naar verwachting meer zal scoren dan land B als zij tegen elkaar spelen. Dat aantal hoeft geen geheel getal te zijn en kan ook negatief zijn. Voor wedstrijdervaring koos men het aantal deelnames aan wereldkampioenschappen vóór dat van 2010.

Voor Italië en Engeland zijn *bbp* en *pop* nagenoeg even groot, zodat alleen de wedstrijdervaring het verschil bepaalt. Vóór 2010 deed Italië 16 keer mee aan een wereldkampioenschap, Engeland 12 keer.

- 4p 11 Bereken met behulp van de formule het voorspelde aantal doelpunten dat Italië méér maakt als het tegen Engeland zou spelen. Rond het antwoord af op twee decimalen.

Volgens de formule wint Nederland niet van Brazilië omdat $GD(Ned, Bra) = -0,67$.

De waarde $-0,67$ valt eigenlijk nog wel mee. Brazilië heeft veel meer inwoners dan Nederland: 185,7 miljoen tegenover 16,6 miljoen. Ook nam Brazilië vóór 2010 vaker deel: 18 keer en Nederland maar 8 keer. Blijkbaar is het *bbp* van Nederland veel groter dan dat van Brazilië.

- 5p 12 Bereken hoeveel keer zo groot het *bbp* van Nederland is als het *bbp* van Brazilië.