## Dobbelspel

Al in de 17e eeuw hielden wiskundigen zich bezig met kansrekening. Het belangrijkste doel hiervan was het berekenen van kansen bij dobbelspelen waarbij om geld werd gespeeld. De Nederlandse wiskundige en natuurwetenschapper Christiaan Huygens (zie afbeelding) heeft als een van de eersten een boek over kansrekening geschreven. Hierin staat het volgende dobbelspel beschreven, in Huygens eigen formulering:

**citaat**

> Als ick en noch een ander met beurten werpen met 2 steenen, ende bespreecken dat ick sal winnen, soo haest ick 7 ooghen werp, ende hy, soo haest als hy 6 ooghen werpt, mits dat ick hem de voorwerp geve. Te vinden in wat reden mijn kans tegen de sijne staet.

Vertaling in hedendaags Nederlands:

*Ik speel met een ander door om de beurt met twee dobbelstenen te gooien, en we spreken af dat ik zal winnen zo gauw ik zeven ogen gooi, en de ander, zo gauw hij zes ogen gooit, onder voorwaarde, dat ik hem de eerste worp laat gooien. Wat is de verhouding tussen mijn kans om te winnen en zijn kans?*

In deze opgave volgen we twee spelers, Aad en Christiaan. Zij werpen dus om de beurt twee dobbelstenen. Zodra Aad met de twee dobbelstenen samen zes ogen gooit, heeft hij gewonnen en stopt het spel. Zodra Christiaan zeven ogen gooit, is hij de winnaar en stopt het spel.

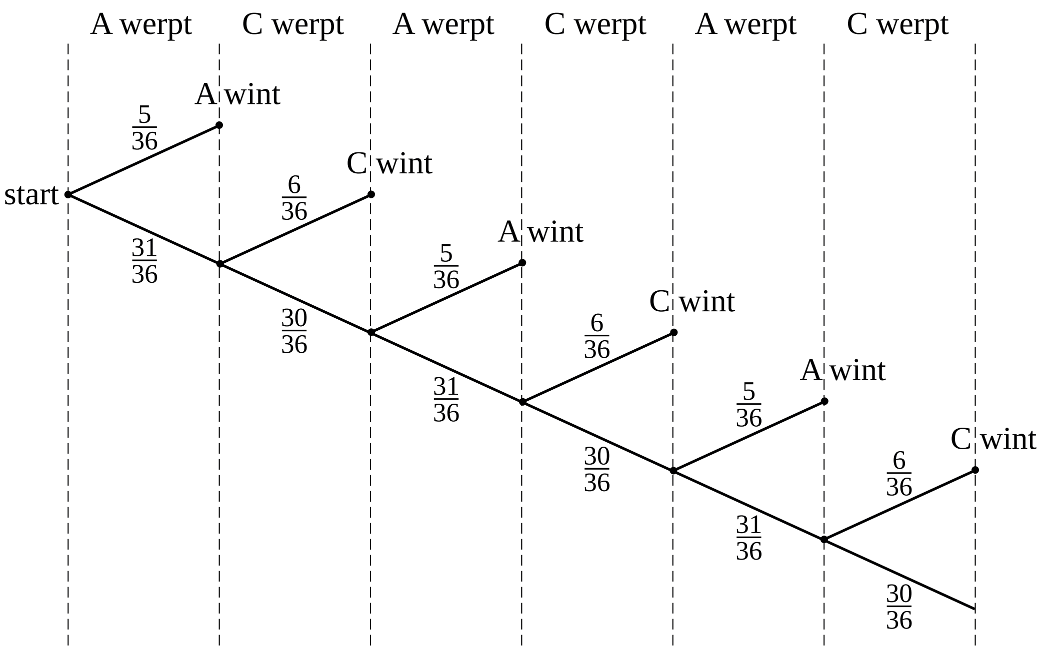
De kans dat Aad in een worp zes ogen gooit is $\frac{5}{36}$. De kans dat Christiaan in een worp zeven ogen gooit is $\frac{6}{36}$.

3p **18** Laat met een berekening zien dat de kans dat Aad in een worp zes ogen gooit inderdaad $\frac{5}{36}$ is.

Het spel lijkt oneerlijk, omdat de kans op zes ogen kleiner is dan de kans op zeven ogen. Maar misschien valt dit mee, aangezien Aad altijd begint met werpen.

Het spelverloop is weergegeven in onderstaande figuur.

**figuur**




De kans dat het spel na maximaal zes worpen een winnaar oplevert, is ongeveer 0,63. Dit is als volgt in te zien:
De kans dat Aad in beurt 1, 3 of 5 wint, is $\frac{5}{36}+\frac{31}{36}\cdot\frac{30}{36}\cdot\frac{5}{36}+\frac{31}{36}\cdot\frac{30}{36}\cdot\frac{31}{36}\cdot\frac{30}{36}\cdot\frac{5}{36}\approx 0{,}31$.
Op dezelfde manier kun je berekenen dat de kans dat Christiaan in beurt 2, 4 of 6 wint ongeveer 0,32 is.

3p **19** Bereken deze kans in vier decimalen.

De kans is echter klein dat er na 20 worpen nog niemand gewonnen heeft.

4p **20** Bereken de kans dat een spel langer dan 20 worpen duurt.

Huygens berekende de kans om het spel te winnen niet door het spel voor een groot aantal worpen door te rekenen, maar op een andere manier.
Hij zag dat het patroon, zoals dat in de figuur staat, zich herhaalt. Als C in zijn worp niet wint, zal A opnieuw werpen; het boomdiagram ziet er vanaf dat moment precies zo uit als aan het begin.

Huygens noemde de kans dat A wint $p$ en stelde de volgende vergelijking op:

$$p=\frac{5}{36}+\frac{31}{36}\cdot\frac{30}{36}\cdot p$$

Door deze vergelijking op te lossen, kon hij de kans dat A wint berekenen.
Daarna kon hij ook de kans dat C wint berekenen, en daarmee de verhouding tussen beide winkansen.

4p **21** Los de vergelijking op en bereken de verhouding tussen beide winkansen.