

Opgave 3

De kromme K is gegeven door

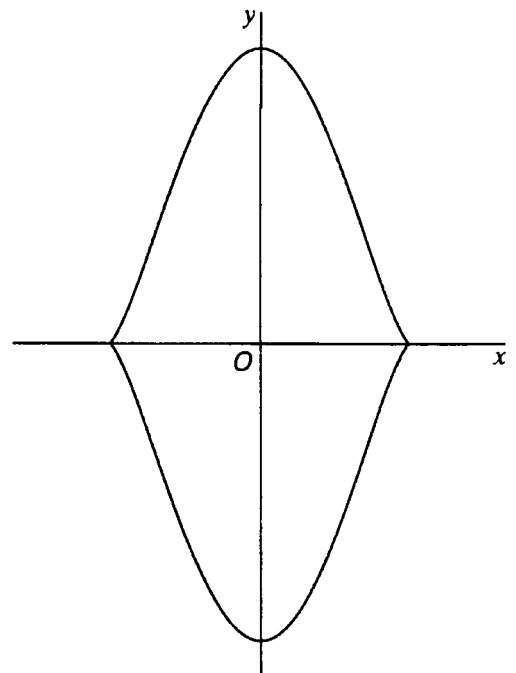
$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos t \\ y(t) = 4 \sin^3 t \end{cases}$$

waarbij $t \in [0, 2\pi]$.

In figuur 2 is K getekend.

De coördinaatassen zijn symmetrie-assen van K .

figuur 2



- 5p 7 Toon aan dat voor $t \neq 0, \pi$ en 2π de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K in het punt $(x(t), y(t))$ van K gelijk is aan $-3 \sin 2t$.

R is een rechthoek waarvan de hoekpunten op K liggen en waarvan de zijden evenwijdig zijn aan de coördinaatassen.

- 8p 8 Bereken hoe groot de oppervlakte van R maximaal kan zijn.

Voor elke $a \in \mathbb{R}$ is de kromme K_a gegeven door

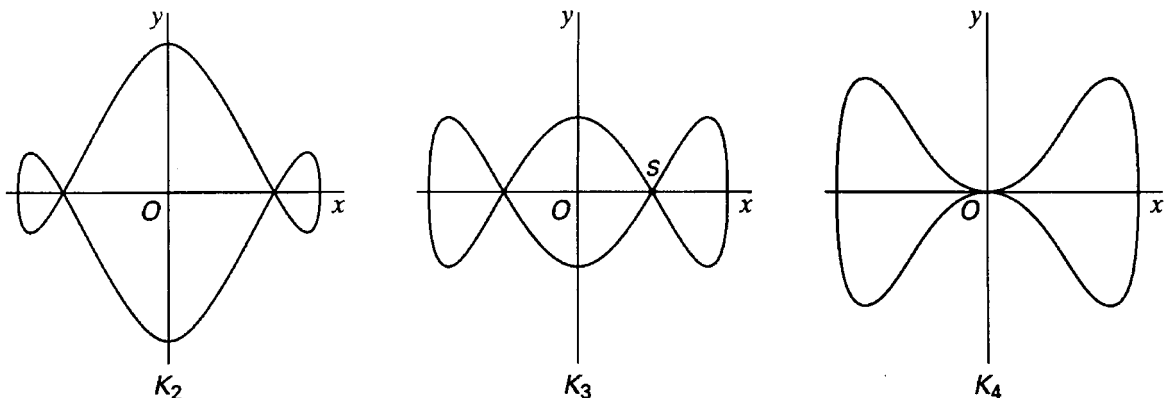
$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos t \\ y(t) = 4 \sin^3 t - a \sin t \end{cases}$$

waarbij $t \in [0, 2\pi]$.

Voor elke a zijn de coördinaatassen symmetrie-assen van K_a .

In figuur 3 zijn K_2, K_3 en K_4 getekend.

figuur 3



K_3 snijdt zichzelf in het punt S op de positieve x -as.

- 7p 9 Bereken de hoek waaronder K_3 zichzelf in S snijdt.

- 8p 10 Bereken voor welke waarden van a het aantal gemeenschappelijke punten van K_a en de x -as achtereenvolgens 2, 3 en 4 is.