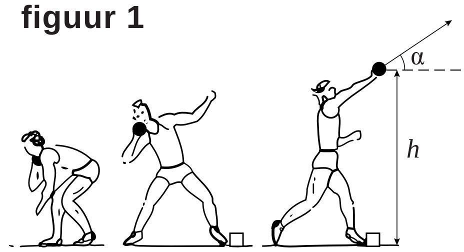
De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in radialen, $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$).

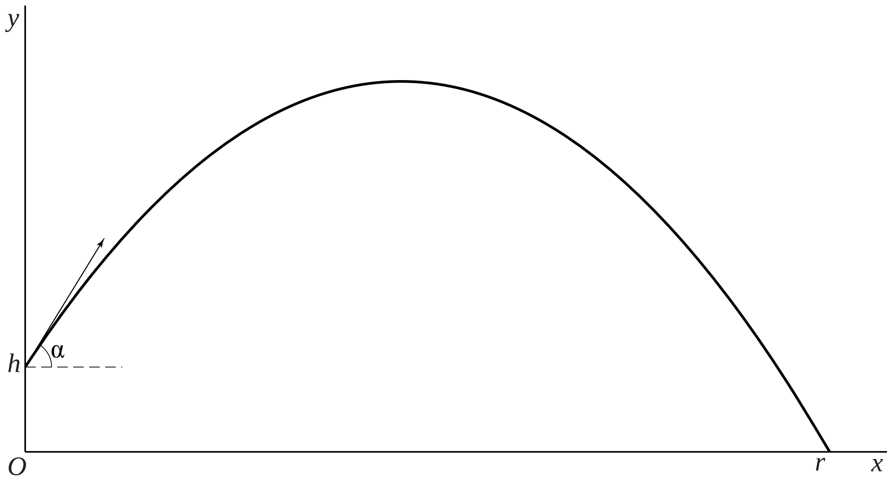
De hoogte in meters waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h.
Zie figuur 1.

figuur 1



Bij deze situatie kiezen we een assenstelsel waarbij de plaats waar de kogel wordt losgelaten zich op hoogte h op de verticale as bevindt. De kogel komt op afstand r in meters van de oorsprong op de grond. Zie figuur 2.
In deze opgave gaan we ervan uit dat de kogelstoter de kogel altijd met dezelfde snelheid wegstoot.

figuur 2



Als α zo is dat $\cos\alpha = 0{,}6$ en we de afmetingen van de kogel en de wrijving met de lucht verwaarlozen, dan gelden (bij benadering) de volgende formules voor de coördinaten van de kogel tijdens de vlucht:

$$\begin{cases} x(t) = 8{,}4t \\ y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2 \end{cases}$$

Hierin is t de tijd in seconden met $t = 0$ op het moment van loslaten, x de horizontale afstand in meters en y de hoogte in meters.

De kogelstoter laat de kogel los op een hoogte van 1,96 m.

4p **7** Bereken op hoeveel meter afstand van de kogelstoter de kogel op de grond komt. Rond je antwoord af op een geheel aantal decimeters.

De horizontale afstand r die de kogel overbrugt, hangt af van de hoek α waaronder deze wordt weggestoten.
In het algemeen geldt voor elke waarde van α de volgende formule voor r:

$$r = 20\cos\alpha\left(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 0{,}1h}\right)$$

De ideale stoothoek is de hoek α waarbij r zo groot mogelijk is.

We bekijken nu de situatie waarbij de kogelstoter de kogel loslaat op een hoogte van 1,85 m.

3p **8** Bereken voor deze situatie de ideale stoothoek.

Tot slot bekijken we de denkbeeldige situatie waarin $h = 0$.

6p **9** Bereken exact de ideale stoothoek voor deze denkbeeldige situatie.