

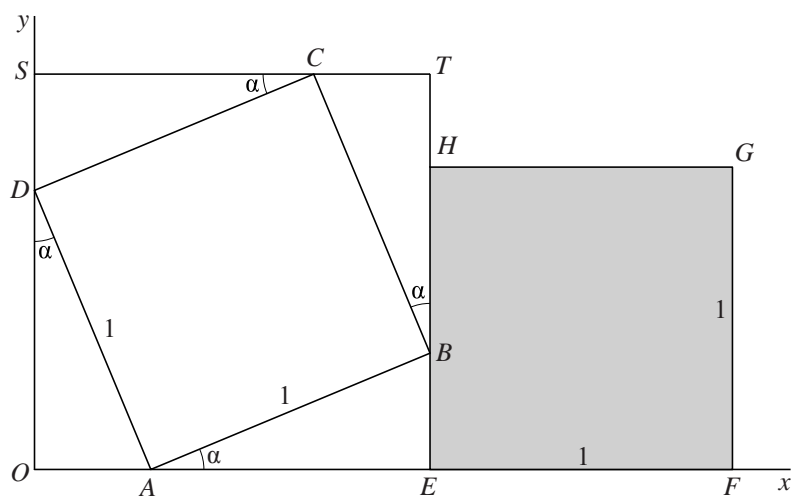
Vierkanten

In figuur 1 zie je in een assenstelsel een vierkant $ABCD$ met zijde 1. Hoekpunt A ligt op de positieve x -as en hoekpunt D op de positieve y -as. Vierkant $EFGH$ heeft ook zijde 1. Dit vierkant ligt naast $ABCD$ zo dat zijde EF op de x -as ligt en hoekpunt B van vierkant $ABCD$ op zijde EH ligt. Om vierkant $ABCD$ is een derde vierkant $OETS$ getekend met horizontale en verticale zijden.

Voor de hoek α (in rad) die zijde AB met de x -as maakt, geldt: $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$

In figuur 1 is aangegeven welke hoeken gelijk zijn aan α .

figuur 1

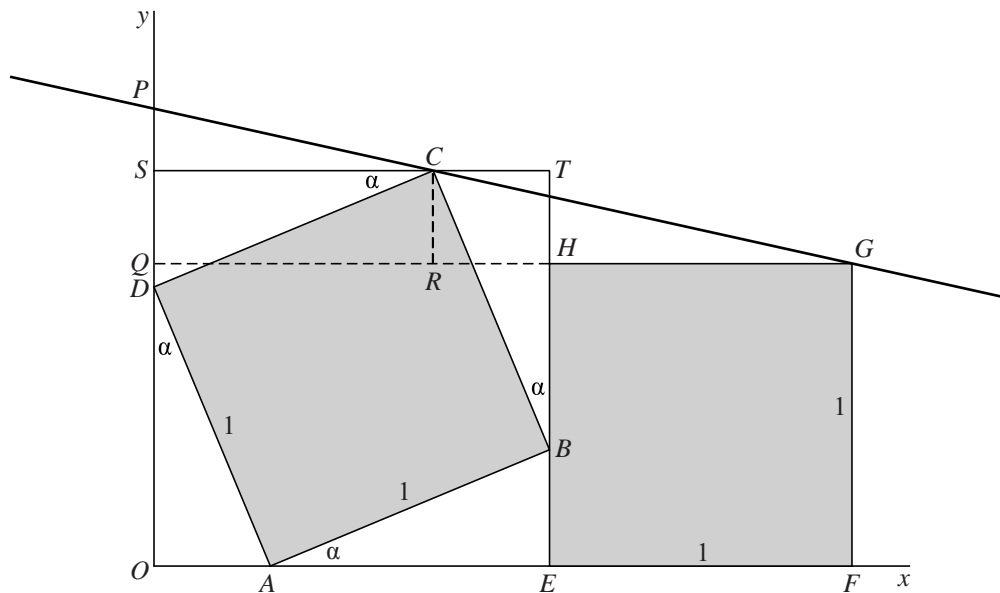


De coördinaten van C en G hangen als volgt van α af:
 $C(\cos \alpha, \sin \alpha + \cos \alpha)$ en $G(\sin \alpha + \cos \alpha + 1, 1)$.

- 4p 5 Bereken exact de oppervlakte van vierkant $OETS$ voor $\alpha = \frac{1}{6}\pi$. Schrijf je antwoord zonder haakjes.

De lijn door G en C snijdt de y -as in P . De loodrechte projectie van G op de y -as noemen we Q en de loodrechte projectie van C op de lijn GQ noemen we R . Zie figuur 2.

figuur 2



De driehoeken GCR en GPQ zijn gelijkvormig. Hieruit volgt:

$$PQ = \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)(\sin \alpha + \cos \alpha + 1)}{\sin \alpha + 1}$$

- 5p 6 Toon uitgaande van de gelijkvormigheid van de driehoeken GCR en GPQ aan dat deze formule juist is.

De lengte van PQ kan ook geschreven worden als $PQ = \frac{\sin(2\alpha)}{\sin \alpha + 1}$.

- 4p 7 Toon dit op algebraïsche wijze aan.

De hoogte van punt C is maximaal als $\alpha = \frac{1}{4}\pi$. Maar de hoogte van punt P is maximaal voor een andere waarde van α tussen 0 en $\frac{1}{2}\pi$.

- 6p 8 Bereken met behulp van differentiëren bij welke waarde van α de hoogte van punt P maximaal is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.