

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

De vergelijking van Antoine

1 maximumscore 4

- $\log 1 = 0$, dus $0 = 4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}$ 1
- Dit geeft $\frac{1144}{T - 53,15} = 4,146$, dus $T - 53,15 = \frac{1144}{4,146}$ 1
- Hieruit volgt $T = 53,15 + \frac{1144}{4,146}$ ($\approx 329,1$) 1
- Het antwoord 329 (kelvin) 1

2 maximumscore 3

- Als T toeneemt, neemt $T - 53,15$ toe en (omdat $T > 53,15$) neemt $\frac{1144}{T - 53,15}$ af 1
- Dan neemt $4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}$ toe, dus $\log P$ neemt toe 1
- Als $\log P$ toeneemt, neemt ook P toe (dus de functie is stijgend) 1

3 maximumscore 3

- $P = 10^{4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}}$ 1
- Beschrijven hoe de waarde van $\frac{dP}{dT}$ met de GR gevonden kan worden 1
- De gevraagde waarde van $\frac{dP}{dT}$ is 0,011 (bar/kelvin) 1

of

- $P = 10^{4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}}$ 1
- $\frac{dP}{dT} = 10^{4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}} \cdot \ln 10 \cdot \frac{1144}{(T - 53,15)^2}$ 1
- ($T = 293$ invullen geeft) het antwoord 0,011 (bar/kelvin) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

4 maximumscore 4

- $\log \frac{p}{750} = 4,146 - \frac{1144}{t + 273,15 - 53,15}$ 1

- Hieruit volgt $\log p - \log 750 = 4,146 - \frac{1144}{t + 273,15 - 53,15}$ 1

- $a = \log 750 + 4,146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1

- $b = 273,15 - 53,15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

of

- $\log(750P) = a - \frac{1144}{T - 273,15 + b}$ 1

- $\log P = a - \log 750 - \frac{1144}{T - 273,15 + b}$ 1

- $a - \log 750 = 4,146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1

- $-273,15 + b = -53,15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

Vierkanten

5 maximumscore 4

- De oppervlakte van $OETS$ is $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ (of $1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$) 1
- $\sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}$ en $\cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1
- De oppervlakte van $OETS$ is $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$ (of $1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$) 2

6 maximumscore 5

- Uit de gelijkvormigheid volgt $\frac{PQ}{CR} = \frac{GQ}{GR}$ 1
- $GR (= x_G - x_C) = \sin \alpha + 1$ (of: $GR = CT + GH = \sin \alpha + 1$) 1
- $CR (= y_C - y_G) = \sin \alpha + \cos \alpha - 1$
(of: $CR = HT = BE + BT - EH = \sin \alpha + \cos \alpha - 1$) 1
- $GQ (= x_G) = \sin \alpha + \cos \alpha + 1$
(of: $GQ = OF = OA + AE + EF = \sin \alpha + \cos \alpha + 1$) 1
- Dit invullen in $\frac{PQ}{CR} = \frac{GQ}{GR}$ en vervolgens vermenigvuldigen met $\sin \alpha + \cos \alpha - 1$ geeft de gevraagde formule 1

7 maximumscore 4

- $(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)(\sin \alpha + \cos \alpha + 1) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1$ 2
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ dus $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1 = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ 1
- $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin(2\alpha)$ dus $PQ = \frac{\sin(2\alpha)}{\sin \alpha + 1}$ 1

8 maximumscore 6

- De hoogte van P is maximaal als PQ maximaal is 1
- $\frac{dPQ}{d\alpha} = \frac{2 \cos(2\alpha) \cdot (\sin \alpha + 1) - \sin(2\alpha) \cdot \cos \alpha}{(\sin \alpha + 1)^2}$ 2
- Als PQ maximaal is dan geldt $\frac{dPQ}{d\alpha} = 0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden (voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) 1
- De gevraagde waarde van α is 0,67 (rad) 1

Vanuit een stomphoekige driehoek

9 maximumscore 4

- $\angle BCD = \angle BAD = 60^\circ$; *constante hoek* 1
- $\angle CBD = \angle CAD = 60^\circ$; *constante hoek* (of: $\angle BDC = 180^\circ - \angle BAC$; *koordenvierhoek*, dus $\angle BDC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$) 1
- De resterende hoek van driehoek BCD is $180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$; *hoekensom driehoek* 1
- Dus driehoek BCD is gelijkzijdig (; *gelijkzijdige driehoek*) 1

10 maximumscore 5

- $EC = AC$ en $CB = CD$; *gelijkzijdige driehoeken* 1
- $\angle ECB = 60^\circ + \angle ACB = \angle ACD$ 1
- Dus $\triangle CEB \cong \triangle CAD$; *ZHZ* 1
- Hieruit volgt $AD = EB$ 1
- Dus $AD = (EB =) EA + AB = AC + AB$ 1

Opmerking

Als de congruentie van de driehoeken CEB en CAD is 'bewezen' met behulp van 'ZZH', maximaal 3 scorepunten voor deze vraag toekennen, want ZZH staat niet bij de verwijzingen naar definities en stellingen die bij een bewijs mogen worden gebruikt zonder nadere toelichting.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een eivorm

11 maximumscore 4

- Opgelost moet worden de vergelijking $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ 1
- Dit geeft $x = 0$ of $87 - 3x - 2x^2 = 0$ 1
- Uit $87 - 3x - 2x^2 = 0$ volgt $x = \frac{3 \pm \sqrt{705}}{-4}$ 1
- Het antwoord 5,89 (cm) 1

12 maximumscore 4

- De inhoud is $\frac{1}{36} \pi \int_0^{5,9} (87x - 3x^2 - 2x^3) dx$ 2
- Een primitieve van $87x - 3x^2 - 2x^3$ is $\frac{87}{2}x^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^4$ 1
- De gevraagde inhoud is 61 (cm³) 1

Opmerking

In plaats van 5,9 mag ook een nauwkeuriger waarde van de bovengrens, bijvoorbeeld 5,89, genomen zijn.

13 maximumscore 4

- Er geldt $f(x) = f(4,3)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $x \approx 2,3$ 1
- Het antwoord 3,6 (cm) 1

Driehoek bij een vierdegraadsfunctie

14 maximumscore 8

- $f_p'(x) = 4x - 4px^3$ 1
 - $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$ 1
 - Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
 - Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$ 1
 - $OA = AB$ als $x_A^2 + y_A^2 = (2x_A)^2$ 1
 - $y_A^2 = 3x_A^2$ geeft $\left(\frac{1}{p}\right)^2 = 3\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$ 1
 - (of: $x_A^2 + y_A^2 = (2x_A)^2$ geeft $\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = \left(2\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$, dus $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} = 4 \cdot \frac{1}{p}$) 1
 - Dit herleiden tot $3p^2 = p$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
 - Het antwoord $p = \frac{1}{3}$ 1
- of
- $f_p'(x) = 4x - 4px^3$ 1
 - $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$ 1
 - Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
 - Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$ 1
 - Dus $\frac{y_A}{x_A} = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
 - Uit de symmetrie van de grafiek van f_p in de y -as volgt $OB = OA$, dus vanwege $OA = AB$ is driehoek OAB gelijkzijdig 1
 - Dus $\frac{y_A}{x_A} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 1
 - Het antwoord $p = \frac{1}{3}$ 1

Nulpunten, extremen en buigpunten

15 maximumscore 3

- $f'(x) = 2x \cdot e^x + (x^2 + 1) \cdot e^x$ 1
- $2x \cdot e^x + (x^2 + 1) \cdot e^x = (x^2 + 2x + 1) \cdot e^x$ 1
- $(x^2 + 2x + 1) \cdot e^x = (x + 1)^2 \cdot e^x$ 1

16 maximumscore 4

- $x^2 + 1 > 0$ en $e^x > 0$ voor alle x , dus $f(x) > 0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) 1
- $f'(x) = 0$ geeft $x = -1$ 1
- Laten zien (bijvoorbeeld met behulp van getallenvoorbeelden) dat $f'(x) > 0$ voor $x < -1$ en voor $x > -1$ 1
- Dan volgt: f is zowel links als rechts van $x = -1$ stijgend, dus f heeft geen extremen 1

of

- $x^2 + 1 > 0$ en $e^x > 0$ voor alle x , dus $f(x) > 0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) 1
- $f'(x)$ heeft alleen een nulpunt voor $x = -1$ 1
- Dit is een dubbel nulpunt 1
- $f'(x)$ wisselt niet van teken, dus f heeft geen extremen 1

of

- $x^2 + 1 > 0$ en $e^x > 0$ voor alle x , dus $f(x) > 0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) 1
- Voor alle x geldt $(x + 1)^2 \geq 0$ en $e^x > 0$, dus $f'(x) \geq 0$ 2
- $f'(x)$ wisselt niet van teken, dus f heeft geen extremen 1

17 maximumscore 4

- $f''(x) = 2(x + 1) \cdot e^x + (x + 1)^2 \cdot e^x$ 1
- Uit $f''(x) = 0$ volgt $x^2 + 4x + 3 = 0$ 1
- Dit geeft $(x + 3)(x + 1) = 0$ 1
- De x -coördinaten van de buigpunten zijn -1 en -3 1

Brandpunt gezocht

18 maximumscore 3

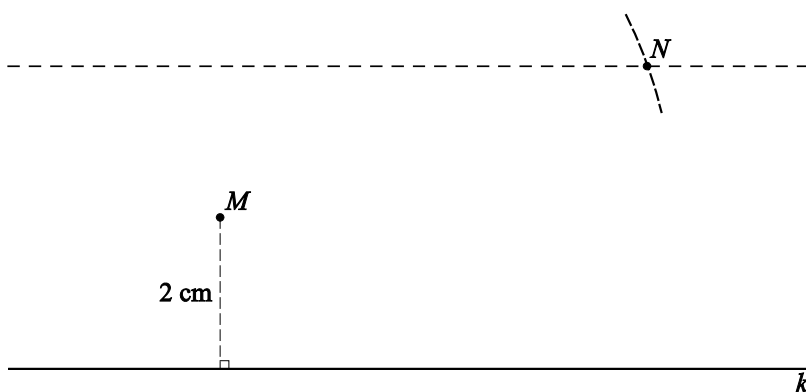
- $MR = MF$ (; cirkel), dus M ligt op de parabool met brandpunt F en richtlijn k (; parabool) 2
- $NS = NF$ (; cirkel), dus N ligt ook op de parabool met brandpunt F en richtlijn k (; parabool) 1

Opmerking

Als de kandidaat alleen bewijst dat punt N op de parabool ligt, hiervoor maximaal 2 scorepunten toekennen.

19 maximumscore 3

- N moet liggen op de lijn evenwijdig aan k op een afstand van 4 cm (aan dezelfde kant als M en rechts van M) 1
- Voor de plaats van N moet bovendien gelden $MN = 4 + 2 = 6$ cm (dus N ligt op de cirkel met middelpunt M en straal 6 cm) 1
- Tekenen van punt N (rechts van M) 1



5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 3 juni naar Cito.