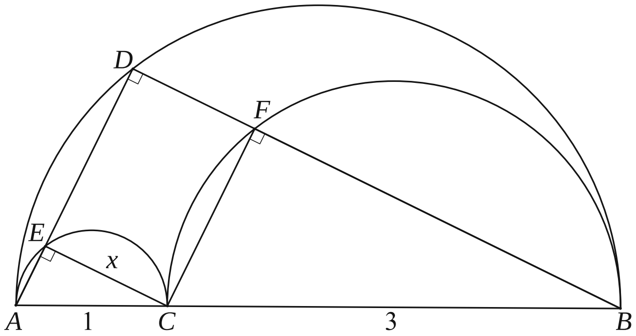
Drie halve cirkels

Op een lijnstuk AB met lengte 4 ligt het punt C zo dat $AC = 1$.
Op AC, CB en AB zijn halve cirkels getekend, alle drie aan dezelfde kant van AB. D is een punt op de grootste halve cirkel, niet gelijk aan A of B.
AD en BD snijden de andere halve cirkels respectievelijk in de punten E en F.
Zie de onderstaande figuur. Hierin zijn ook de lijnstukken CE en CF getekend.

figuur



Op grond van de stelling van Thales zijn de hoeken ADB, AEC en CFB recht.
Hieruit volgt dat $CFDE$ een rechthoek is.
De driehoeken ACE, CBF en ABD zijn gelijkvormig.

De lengte van CE noemen we x.
De oppervlakte van rechthoek $CFDE$ is dan $3\sqrt{x^2 - x^4}$.

3p **12** Toon dit laatste aan.

Als D over de grootste halve cirkel beweegt, verandert de oppervlakte van rechthoek $CFDE$.
Er zijn twee situaties waarin deze oppervlakte gelijk is aan $\sqrt{2}$. Voor één van deze situaties geldt dat E op de linker helft van de boog AC ligt.

5p **13** Bereken exact de lengte van CE voor deze situatie.

Als D over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is.

7p **14** Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek $CFDE$ in deze situatie een vierkant is.