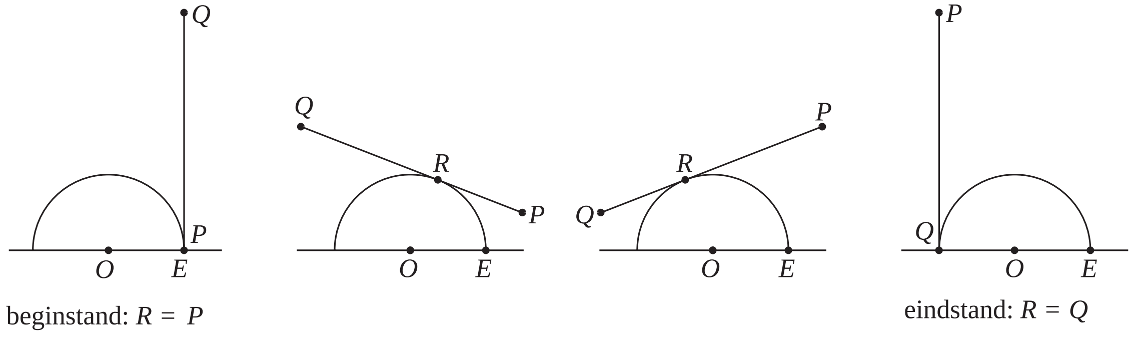
## Een buiteling

Een lijnstuk $PQ$ met een lengte van $\pi$ meter buitelt over een halve cirkel waarvan de straal $OE$ 1 meter is. In figuur 1 zijn de beginstand, twee tussenstanden en de eindstand getekend. Het punt waarin $PQ$ raakt aan de halve eenheidscirkel noemen we $R$. Dus op elk moment staat $PQ$ loodrecht op $OR$ en is het lijnstuk $PR$ even lang als de cirkelboog $ER$.

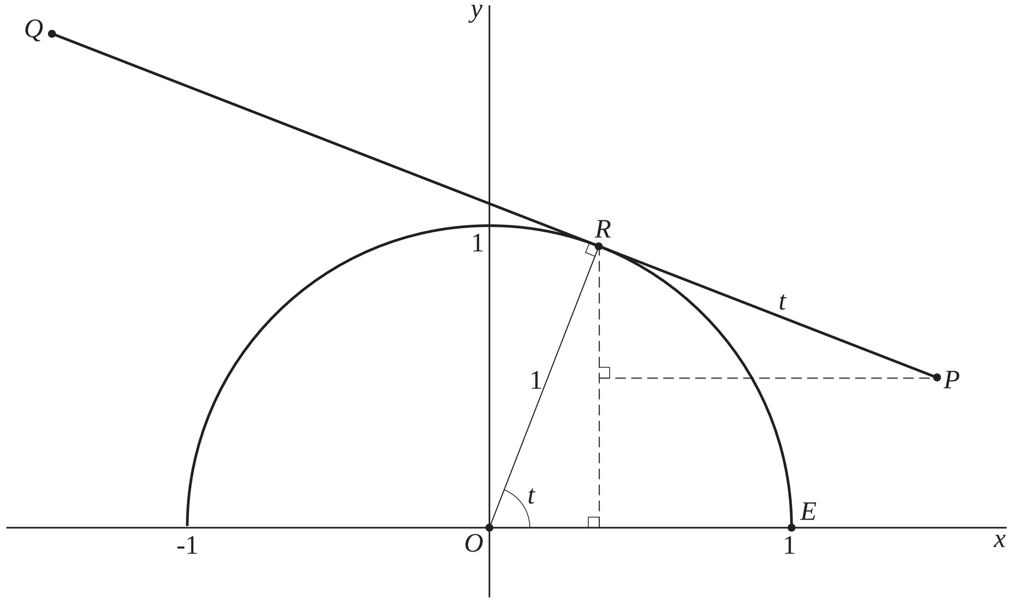
**figuur 1**




Het lijnstuk buitelt zó dat $R$ met snelheid 1 m/s over de halve cirkel beweegt. Op tijdstip 0 begint $PQ$ aan de buiteling; dan is het punt $P$ nog in het punt $E$.

Er wordt een rechthoekig assenstelsel aangebracht zo dat $O$ het punt (0, 0) is en $E$ het punt (1, 0). Zie figuur 2.

**figuur 2**



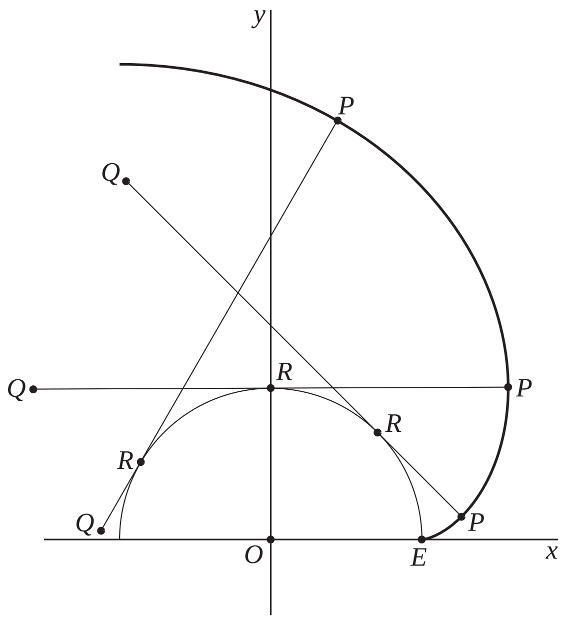
In figuur 2 is het lijnstuk $PQ$ op tijdstip $t$ getekend voor een waarde van $t$ tussen 0 en $\pi$. Omdat de straal van de halve cirkel 1 m is en de snelheid van $R$ gelijk is aan 1 m/s, geldt $\angle EOR = t$ (rad) en $RP = t$ (m).
Figuur 2 staat ook op de uitwerkbijlage.

Voor de coördinaten van $P$ geldt: $\begin{cases} x(t) = \cos(t) + t \cdot \sin(t) \\ y(t) = \sin(t) - t \cdot \cos(t) \end{cases}$ met $0 \leq t \leq \pi$.

5p **7** Toon de juistheid aan van de formule voor $x(t)$ met $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$.

In figuur 3 zijn drie standen van $PQ$ getekend en de gehele baan van $P$.

**figuur 3**




De grootte van de snelheid in m/s van het punt $P$ na $t$ seconden noemen we $v(t)$. Er geldt: $v(t) = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}$.

Hieruit volgt: $v(t) = t$.

6p **8** Toon dit aan.

3p **9** Bereken exact de lengte van de baan van $P$.

**uitwerkbijlage**

**7**