Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Een zwaartepunt

1 maximumscore 6

- $x \cdot (f(x))^2 = x(1-x^2) = x - x^3$ — 2
- Een primitieve van $x - x^3$ is $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4$ — 1
- $\int_0^1 x \cdot (f(x))^2 \, dx = \frac{1}{4}$ — 1
- $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi$ — 1
- $x_Z = \dfrac{\frac{1}{4}\pi}{\frac{2}{3}\pi} = \frac{3}{8}$ (= 0,375) — 1

Onder een grafiek

2 maximumscore 4

- Opgelost moet worden: $e^{-p^2} = 2p$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $p \approx 0,42$ — 1
- De oppervlakte van het vierkant is ongeveer 0,7 — 1

3 maximumscore 5

- Voor de oppervlakte $O(p)$ van de rechthoek geldt: $O(p) = 2p \cdot e^{-p^2}$ — 1
- $O'(p) = 2 \cdot e^{-p^2} + 2p \cdot -2p \cdot e^{-p^2}$ — 2
- $O'(p) = 0$ geeft $2 - 4p^2 = 0$ — 1
- Het antwoord $p = \sqrt{\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Een dobbelspel

4 **maximumscore 3**

- K moet met de ene dobbelsteen een stip werpen en met de andere dobbelsteen een A, of omgekeerd — 1
- De kans op één van die volgordes is $\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{6}$ — 1
- De kans is $2\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{2}{9}$ — 1

5 **maximumscore 4**

- Dat kan alleen als L zijn fiche niet kwijt raakt en vervolgens K zijn beide fiches wel kwijt raakt — 1
- De kans dat L zijn fiche niet kwijt raakt, is $\frac{4}{6}$ — 1
- De kans dat K zijn fiches kwijt raakt, is $\left(\frac{2}{6}\right)^2$ — 1
- De gevraagde kans is $\frac{4}{6}\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^2=\frac{2}{27}$ (of ongeveer 0,074) — 1

6 **maximumscore 6**

- Het aantal keer X dat K wint, is binomiaal verdeeld met n = 10 en $p=0,43$ — 1
- Het aantal keer Y dat L wint, is binomiaal verdeeld met n = 10 en $p=0,57$ — 1
- Beschrijven hoe P($X\geq 7$) en P($Y\geq 7$) met de GR kunnen worden berekend — 1
- P($X\geq 7$) $\approx$ 0,0806 — 1
- P($Y\geq 7$) $\approx$ 0,3102 — 1
- De kans dat een van de spelers minstens 7 keer wint, is ongeveer $0,0806+0,3102\approx 0,39$ — 1

of

- P(K of L wint minstens 7 keer) = P(K wint minstens 7 keer) + P(K wint hoogstens 3 keer) — 2
- De gevraagde kans is $1-(\text{P}(X=4)+\text{P}(X=5)+\text{P}(X=6))$, waarbij X binomiaal verdeeld is met n = 10 en p = 0,43 (of p = 0,57) — 2
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden — 1
- De gevraagde kans is ongeveer 0,39 — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Driehoek en cirkel

7 maximumscore 5

Met $\angle ABD = \beta$ en $\angle AED = \gamma$:

- $\angle ADB = \angle ABD = \beta$ en $\angle ADE = \angle AED = \gamma$; *gelijkbenige driehoek* — 1
- $\alpha = \angle BAD + \angle DAE = 180° - 2\beta + 180° - 2\gamma = 360° - 2\beta - 2\gamma$; *hoekensom driehoek* — 2
- $\angle CDE = 180° - \angle ADE - \angle ADB = 180° - \gamma - \beta$; *gestrekte hoek* — 1
- Dus $\angle CDE = \frac{1}{2}\alpha$ — 1

of

- $\angle ADE = \angle AED = 90° - \frac{1}{2}\angle DAE$; *gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek* — 2
- $\angle ADB = \angle ABD = 90° - \frac{1}{2}\angle DAB$; *gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek* — 1
- $\angle EDB = \angle ADE + \angle ADB = 180° - \frac{1}{2}(\angle DAE + \angle DAB) = 180° - \frac{1}{2}\alpha$ — 1
- $\angle CDE = 180° - \angle EDB = \frac{1}{2}\alpha$; *gestrekte hoek* — 1

of

- Kies een punt F op de grote cirkelboog EB, dan $\angle BFE = \frac{1}{2}\angle BAE = \frac{1}{2}\alpha$; *stelling van de omtrekshoek* — 2
- $\angle EDB = 180° - \angle BFE = 180° - \frac{1}{2}\alpha$; *koordenvierhoekstelling* — 2
- $\angle CDE = 180° - \angle EDB = \frac{1}{2}\alpha$; *gestrekte hoek* — 1

Opmerking
Als ABDE (ten onrechte) voor een koordenvierhoek aangezien is, voor deze vraag geen punten toekennen.

Dozen met vaste inhoud

8 maximumscore 6

- De bodem is $15,0 - 2x$ bij $15,0 - 2x$ — 1
- De inhoud is $x(15,0 - 2x)^2$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $x(15,0 - 2x)^2 = 100$ opgelost kan worden — 1
- $x \approx 0,51$ of $x \approx 5,34$ — 2
- De lengte is ongeveer $15,0 + 15,0 - 0,51 \approx 29,5$ (dm) of ongeveer $15,0 + 15,0 - 5,34 \approx 24,7$ (dm) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

9 **maximumscore 3**

- De bodem is $b-2x$ bij $b-2x$ — 1
- De inhoud is $x(b-2x)^2$ — 1
- Uit $x(b-2x)^2=100$ volgt $(b-2x)^2=\frac{100}{x}$ — 1

10 **maximumscore 5**

- De lengte van de rechthoek is $2b-x$ — 1
- $A=b(2b-x)$ — 1
- $A=\left(2x+\frac{10}{\sqrt{x}}\right)\left(3x+\frac{20}{\sqrt{x}}\right)$ — 1
- Herleiden tot $A=6x^2+70\sqrt{x}+\frac{200}{x}$ — 2

of

- $b=2x+\frac{10}{\sqrt{x}}$, dus de breedte van de doos is $\frac{10}{\sqrt{x}}$ — 2
- $A=\left(2x+\frac{10}{\sqrt{x}}\right)\left(3x+\frac{20}{\sqrt{x}}\right)$ — 1
- Herleiden tot $A=6x^2+70\sqrt{x}+\frac{200}{x}$ — 2

11 **maximumscore 4**

- Het stuk karton voor de tweede doos heeft oppervlakte $6(4x_1)^2+70\sqrt{4x_1}+\frac{200}{4x_1}$ — 2
- Beschrijven hoe de vergelijking $6x_1^2+70\sqrt{x_1}+\frac{200}{x_1}=6(4x_1)^2+70\sqrt{4x_1}+\frac{200}{4x_1}$ kan worden opgelost — 1
- Het antwoord: $x_1\approx 0{,}97$ (dm) — 1

of

- Het stuk karton voor de tweede doos heeft oppervlakte $A(4x_1)$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $A(x_1)=A(4x_1)$ met de GR kan worden opgelost — 2
- Het antwoord: $x_1\approx 0{,}97$ (dm) — 1

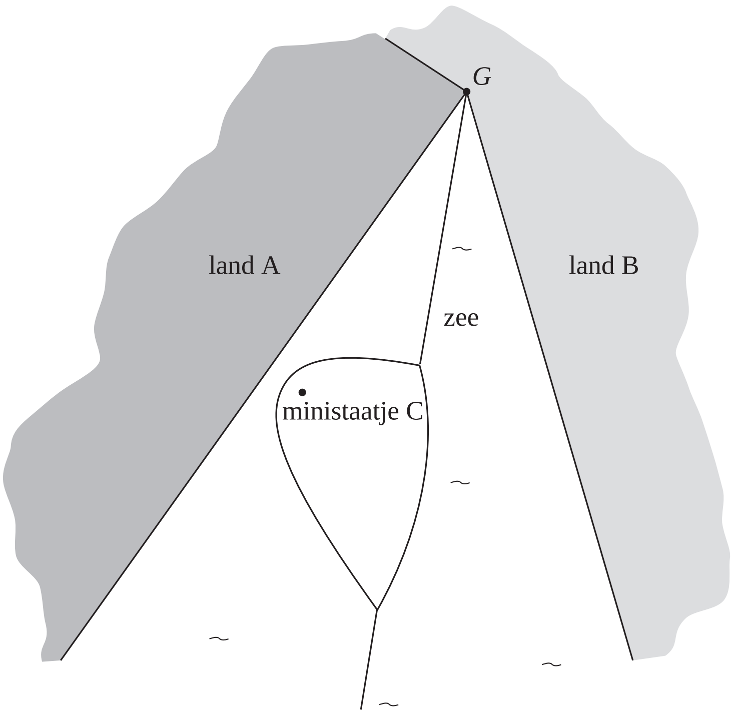
Opmerking
Als bij de uitwerking x geschreven is in plaats van x_1, hiervoor geen punten aftrekken.

Vraag	Antwoord	Scores

Zee verdelen

12 **maximumscore 6**

- De grens tussen de zee van A en de zee van B bestaat uit (twee delen van) de bissectrice van hoek *G* — 1
- De grens tussen de zee van A en de zee van C is een deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van A; de grens tussen de zee van B en de zee van C is een deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van B — 1
- Het tekenen van het ‘bovenste’ deel van de bissectrice van hoek *G* — 1
- Het tekenen van het ‘onderste’ deel van de bissectrice van hoek *G* — 1
- Het tekenen van het deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van A — 1
- Het tekenen van het deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van B — 1



Opmerking
Voor elk ontbrekend drielandenpunt één punt in mindering brengen.

13 **maximumscore 4**

- $\angle KDL = 180° - \alpha$; *hoekensom vierhoek* — 1
- De raaklijnen zijn bissectrices van hoek CDK en hoek CDL; *raaklijneigenschap parabool* — 2
- Dus $\beta = \frac{1}{2}\angle KDL = \frac{1}{2}(180° - \alpha) = 90° - \frac{1}{2}\alpha$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Exponentiële rijen

14 maximumscore 3

- De juiste plaats van u_1 — 2
- De juiste plaats van u_2 — 1

15 maximumscore 6

- In het grensgeval raakt de grafiek van $y = a^x$ aan de lijn $y = x$ — 1
- Dan geldt voor de x-coördinaat van het raakpunt: $a^x = x$ en $\ln a \cdot a^x = 1$ — 2
- Combineren geeft $\ln a = \dfrac{1}{x}$ — 1
- Hieruit volgt $a = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$ — 1
- $a = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$ invullen in $a^x = x$ geeft $x = \mathrm{e}$, dus $a = \mathrm{e}^{\frac{1}{\mathrm{e}}}$ — 1

Rechthoek in ovaal

16 maximumscore 4

- $AB = 2\cos\alpha + 2$ en $AD = 2\sin\alpha$ — 2
- De oppervlakte van $ABCD$ is $(2\cos\alpha+2)\cdot 2\sin\alpha = 4\sin\alpha\cos\alpha + 4\sin\alpha$ — 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$, dus $O = 2\sin 2\alpha + 4\sin\alpha$ — 1

of

- $AD = 2\sin\alpha$, dus de rechthoek binnen het vierkant heeft oppervlakte $4\sin\alpha$ — 2
- De twee rechthoeken aan de zijkanten hebben elk oppervlakte $2\sin\alpha\cos\alpha$ — 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$, dus $O = 2\sin 2\alpha + 4\sin\alpha$ — 1

17 maximumscore 4

- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha$ — 2
- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 4(\cos 2\alpha + \cos\alpha) = 4(2\cdot\cos\frac{2\alpha+\alpha}{2}\cdot\cos\frac{2\alpha-\alpha}{2}) = 8\cdot\cos 1\frac{1}{2}\alpha\cdot\cos\frac{1}{2}\alpha$ — 2

Vraag	Antwoord	Scores

18 **maximumscore 4**

- $\frac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $\cos 1\frac{1}{2}\alpha = 0$ of $\cos \frac{1}{2}\alpha = 0$ — 1
- $\cos 1\frac{1}{2}\alpha = 0$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $\cos \frac{1}{2}\alpha = 0$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 2
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1

of

- $\frac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha = 0$, dus $4(2\cos^2\alpha - 1) + 4\cos\alpha = 0$ — 1
- $8\cos^2\alpha + 4\cos\alpha - 4 = 0$ geeft $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ (of $\cos\alpha = -1$) — 1
- $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $\cos\alpha = -1$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 1
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1

of

- $\frac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha = 0$, dus $\cos 2\alpha = -\cos\alpha$ — 1
- $\cos 2\alpha = -\cos\alpha$ geeft $2\alpha = \pi - \alpha + k \cdot 2\pi$ of $2\alpha = \pi + \alpha + k \cdot 2\pi$ — 1
- $2\alpha = \pi - \alpha + k \cdot 2\pi$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $2\alpha = \pi + \alpha + k \cdot 2\pi$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 1
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1