4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Podiumverlichting

1 maximumscore 3

- $\sin\alpha = \dfrac{x}{r}$ — 1
- $V = 650 \cdot \dfrac{1}{r} \cdot \dfrac{x}{r} = \dfrac{650x}{r^2}$ — 1
- $r^2 = 9 + x^2$ invullen geeft $V = \dfrac{650x}{9+x^2}$ — 1

of

- $\sin\alpha = \dfrac{x}{r}$ — 1
- $r = \sqrt{9+x^2}$ — 1
- $V = 650 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{9+x^2}} \cdot \dfrac{x}{\sqrt{9+x^2}} = \dfrac{650x}{9+x^2}$ — 1

2 maximumscore 5

- $\dfrac{650x}{9+x^2} = 100$ geeft $x^2 - 6,5x + 9 = 0$ — 2
- $(x-2)(x-4,5) = 0$ (of de abc-formule gebruiken of kwadraat afsplitsen) — 1
- De oplossingen $x = 2$ en $x = 4,5$ — 1
- De hoogte moet minstens 2 meter en hoogstens 4,5 meter zijn — 1

3 maximumscore 6

- $V' = \dfrac{650(9+x^2) - 650x \cdot 2x}{(9+x^2)^2}$ — 2
- Als V maximaal is, is V' gelijk aan 0 — 1
- $V' = 0$ geeft $x^2 = 9$ — 2
- De hoogte is 3 meter — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Krasbal

4 **maximumscore 4**

- Het aantal verschillende speelvelden is $\binom{8}{4}$ 1
- Het aantal verschillende scoringsvelden is $\binom{4}{2}$ 1
- Het aantal verschillende krasbalkaarten is $\binom{8}{4}\cdot\binom{4}{2}$ 1
- Dit is $70\cdot 6 = 420$ 1

5 **maximumscore 4**

- De wedstrijden met lengte 4 zijn VVPD en PMPD 1
- De kans op VVPD is $\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{4}$ 1
- De kans op PMPD is $\frac{4}{8}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}$ 1
- Het antwoord $\frac{1}{14}+\frac{1}{14}=\frac{1}{7}$ (of ongeveer 0,14) 1

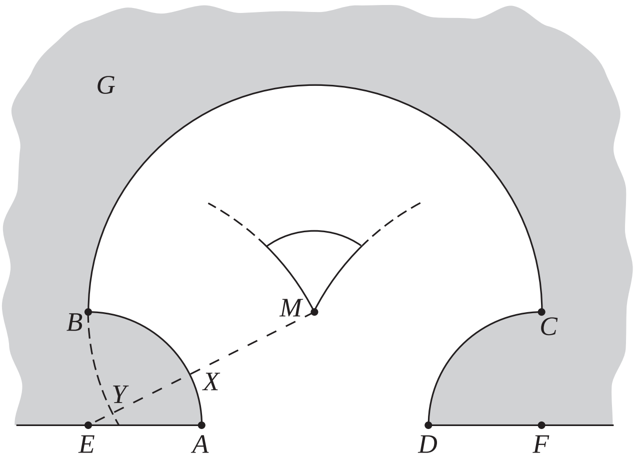
6 **maximumscore 4**

- Veronderstel dat Ruud eerlijk speelt, dus met kans $\frac{1}{2}$ als eerste vakje een P open krast 1
- Het aantal keren X dat Ruud als eerste een vakje P open krast is dan binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{2}$ 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 8 \mid n = 10 \text{ en } p = \frac{1}{2})$ met de GR berekend kan worden 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,055 1

Vraag	Antwoord	Scores

Cirkelinham

7 maximumscore 4



- Het tekenen van cirkelbogen door M met middelpunten E en F 2
- De afstand tot boog BC moet gelijk zijn aan MX, waarbij X het snijpunt is van ME en cirkelboog AB 1
- Het tekenen van de cirkelboog met middelpunt M en straal $6 - MX \approx 6 - 3{,}7 = 2{,}3$, met de juiste eindpunten 1

of

- Het tekenen van cirkelbogen door M met middelpunten E en F 2
- De derde cirkelboog heeft middelpunt M en straal XY, waarbij X het snijpunt is van ME en cirkelboog AB en Y het snijpunt is van ME en het verlengde van cirkelboog CB 1
- Het tekenen van deze cirkelboog, met de juiste eindpunten 1

8 maximumscore 4

- d(L, boog BC) = d(L, boog AB) 1
- d(L, boog BC) = $6 - LM$ 1
- d(L, boog AB) = $LE - 3$ 1
- Combinatie van het bovenstaande geeft $6 - LM = LE - 3$, dus $LM + LE = 9$ 1

of

- Als L in B ligt, is de som van de afstanden $6 + 3 = 9$ 1
- Als L verder schuift, neemt LE evenveel toe als LM afneemt, met toelichting 2
- Dus geldt voor alle punten L: $LM + LE = 9$ 1

Opmerking
Als alleen getallenvoorbeelden gegeven zijn, hiervoor maximaal 1 punt toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

9 **maximumscore 4**

- Het gebruik van de rechthoekige driehoek *ETS* 1
- Als $MS = x$, dan $ES = 9 - x$ en $ST = 3 + x$ 1
- De stelling van Pythagoras geeft: $(9-x)^2 = 6^2 + (3+x)^2$ 1
- $x = 1\frac{1}{2}$ 1

of

- d(S, boog AB) = d(S, boog BC) = d(S, boog CD); noem deze afstand a 1
- $SE = 3 + a$ en $ST = 9 - a$ 1
- De stelling van Pythagoras geeft: $(3+a)^2 = 6^2 + (9-a)^2$ 1
- $a = 4\frac{1}{2}$, dus $ST = 9 - 4\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ en $MS = 4\frac{1}{2} - 3 = 1\frac{1}{2}$ 1

De functie $f(x) = e^x$

10 **maximumscore 4**

- De oppervlakte is $1 \cdot e^{a+1} - \int_a^{a+1} e^x dx$ 1
- $\int_a^{a+1} e^x dx = e^{a+1} - e^a$ 1
- De oppervlakte is $e^{a+1} - (e^{a+1} - e^a) = e^a$ 1
- $e^a = 3$ dus $a = \ln 3$ 1

of

- De oppervlakte is $\int_a^{a+1} \left(e^{a+1} - e^x\right) dx$ 1
- Een primitieve is $e^{a+1} \cdot x - e^x$ 1
- De oppervlakte is $e^{a+1}(a+1) - e^{a+1} - (e^{a+1} \cdot a - e^a) = e^a$ 1
- $e^a = 3$ dus $a = \ln 3$ 1

11 **maximumscore 4**

- De richtingscoëfficiënt van *AB* is $\dfrac{e^{a+1} - e^a}{a+1-a}$ $(= e^{a+1} - e^a)$ 2
- Beschrijven hoe de vergelijking $e^{a+1} - e^a = 1$ met de GR of algebraïsch opgelost kan worden 1
- Het antwoord: $a < -0{,}54$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

12 maximumscore 4

- De lengte is $\int_1^2 \sqrt{1+(\mathrm{e}^x)^2}\,\mathrm{d}x$ — 2
- Beschrijven hoe deze integraal met de GR kan worden berekend — 1
- Het antwoord: ongeveer 4,79 — 1

13 maximumscore 6

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve functie van e^{2x} is $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$ — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(\mathrm{e}^2-1)$ — 1
- Het omwentelingslichaam van de hele rechthoek heeft inhoud $\pi \cdot \mathrm{e}^2 \cdot 1$ — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn y = e en de grafiek van f heeft inhoud $\pi\mathrm{e}^2 - \frac{1}{2}\pi(\mathrm{e}^2-1) = \frac{1}{2}\pi(\mathrm{e}^2+1)$ — 1
- Het verschil tussen de inhouden is π — 1

of

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve functie van e^{2x} is $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$ — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(\mathrm{e}^2-1)$ — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn y = e en de grafiek van f heeft inhoud $\pi\int_0^1 \left(\mathrm{e}^2-\mathrm{e}^{2x}\right)\mathrm{d}x$ — 1
- De inhoud van dit omwentelingslichaam is $\frac{1}{2}\pi(\mathrm{e}^2+1)$ — 1
- Het verschil tussen de inhouden is π — 1

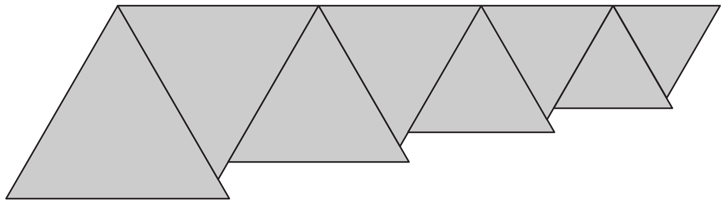
Opmerking

Als $\pi\int_0^1 (\mathrm{e}-\mathrm{e}^x)^2\mathrm{d}x$ *is berekend, maximaal 3 punten toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores

Driehoeken plakken

14 maximumscore 6



- $A_{n-1}A_n = 2{,}7 \cdot (0{,}81)^{n-1}$ cm (n = 1, 2, 3, …) 2
- $A_0A_n = 2{,}7 \cdot \dfrac{1-0{,}81^n}{1-0{,}81}$ cm (of beschrijven hoe A_0A_n voor verschillende waarden van n met de GR berekend kan worden) 2
- Aantonen dat A_0A_n groter wordt dan 14 cm (namelijk als $n \geq 20$) (dus de figuur overschrijdt de finishlijn) 2

of

- $A_{n-1}A_n = 2{,}7 \cdot (0{,}81)^{n-1}$ cm (n = 1, 2, 3, …) 2
- De limiet van de somrij is $\dfrac{2{,}7}{1-0{,}81}$ cm 2
- Dit is groter dan 14 cm (dus de figuur overschrijdt de finishlijn) 2

Vraag	Antwoord	Scores

Brievenweger

15 maximumscore 3

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\alpha \approx \frac{1}{6}\pi$ — 1
- Invullen geeft $y \approx 36$ — 1

of

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\frac{1}{4}\pi$ rad $= 45°$ — 1
- $y \approx 70\dfrac{\sin(30°)}{\sin(30°+45°)} \approx 36$ — 1

Opmerking
Als gewerkt wordt met $\sin(30° + \frac{1}{4}\pi)$, *maximaal 1 punt toekennen.*

16 maximumscore 4

- $70\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi)} = 70$, dus $\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha$ — 1
- $\alpha + \frac{1}{4}\pi = \pi - \alpha$ — 2
- $\alpha = \frac{3}{8}\pi$ — 1

17 maximumscore 4

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70\cdot\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha\cdot\cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 2
- $\cos\alpha\cdot\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha\cdot\cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi) = \sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi-\alpha)$ — 1
- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70\cdot\dfrac{\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi-\alpha)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 1

of

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70\cdot\dfrac{\cos\alpha\cdot\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha\cdot\cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 2
- $\sin(\alpha+\frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha\cdot\cos(\frac{1}{4}\pi) + \cos\alpha\cdot\sin(\frac{1}{4}\pi)$ en
  $\cos(\alpha+\frac{1}{4}\pi) = \cos\alpha\cdot\cos(\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha\cdot\sin(\frac{1}{4}\pi)$ invullen — 1
- Dit geeft $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70\cdot\dfrac{\sin(\frac{1}{4}\pi)\cdot\left(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\right)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha+\frac{1}{4}\pi)}$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

18 maximumscore 3

- $\dfrac{dy}{d\alpha}$ is minimaal als $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ maximaal is — 1
- $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ is maximaal als $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 1$ — 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ — 1

of

- Beschrijven hoe met de GR de waarde van α gevonden kan worden waarvoor $\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ minimaal is — 2
- $\alpha \approx 0{,}79$ — 1

of

- $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right) = 70\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \dfrac{-2\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^3(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ — 1
- Voor de gezochte waarde van α is $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right)$ gelijk aan 0, dus $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 0$ — 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ — 1

Opmerking
Gezien de context is het niet nodig aan te tonen dat de extreme waarde een minimum is.

Spiegeltjes op een cirkel

19 maximumscore 4

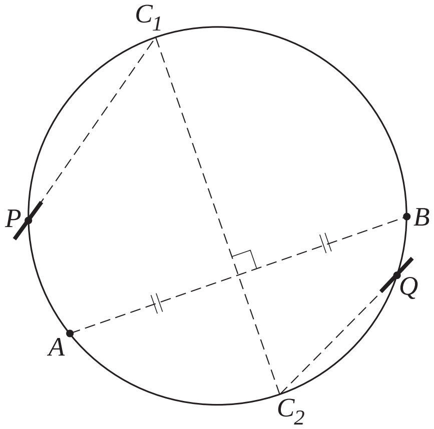
- *ABCS* is een koordenvierhoek, dus $\angle ABC = 180° - \angle ASC$ — 1
- $\alpha = 180° - \angle ASC$, dus $\angle ABC = \alpha$; *gestrekte hoek* — 1
- $\angle BAC = \angle BSC = \beta$; *stelling van de constante hoek* — 1
- $\alpha = \beta$, dus $\angle ABC = \angle BAC$ — 1

of

- $\angle ASB = \angle ACB$; *stelling van de constante hoek* — 1
- $\angle ASB = 180° - (\alpha + \beta) = 180° - 2\beta$; *gestrekte hoek* — 1
- $\angle ACB = 180° - \angle BAC - \angle ABC$; *hoekensom driehoek* — 1
- Combineren geeft $2\beta = \angle BAC + \angle ABC = \beta + \angle ABC$; *stelling van de constante hoek*, dus $\angle ABC = \beta = \angle BAC$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

20 **maximumscore 4**



- De snijpunten C_1 en C_2 van de middelloodlijn van AB met de cirkel tekenen 2
- De juiste stand van beide spiegeltjes in de richting van C_1 of C_2 tekenen 2

of

- Een snijpunt C van de middelloodlijn van AB met de cirkel tekenen 1
- In het juiste punt het spiegeltje in de richting van C tekenen 1
- In het juiste punt het spiegeltje loodrecht op de richting naar C tekenen 2

Opmerkingen
Als de stand op een andere manier gevonden is, bijvoorbeeld door de deellijnen van $\angle APB$ *en* $\angle AQB$ *te tekenen en de spiegeltjes loodrecht op deze deellijn te tekenen, geen punten toekennen.*
Als één spiegeltje goed getekend is en de andere fout (bijvoorbeeld naar het verkeerde snijpunt van de middelloodlijn en de cirkel), maximaal 2 punten toekennen.