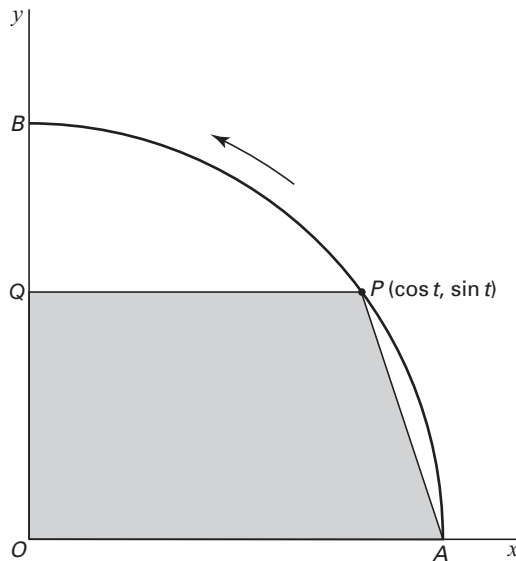


## Oppervlakte van een trapezium

In figuur 7 staat een kwart van de eenheidscirkel, met  $O(0, 0)$ ,  $A(1, 0)$  en  $B(0, 1)$ . Op tijdstip  $t = 0$  start een punt  $P$  in  $A$  en beweegt langs cirkelboog  $AB$ ; op tijdstip  $t$  heeft  $P$  de coördinaten  $(\cos t, \sin t)$ .  $Q$  is de loodrechte projectie van  $P$  op de  $y$ -as. We bekijken de oppervlakte  $V$  van het trapezium  $OAPQ$  op tijdstip  $t$ , waarbij  $t$  in het interval  $\langle 0, \frac{1}{2}\pi \rangle$  ligt.

figuur 7



De oppervlakte  $V$  van het trapezium is  $\frac{1}{2} \sin t + \frac{1}{4} \sin 2t$ .

4p **12**  Toon dit aan.

5p **13**  Bereken met behulp van differentiëren voor welke waarde van  $t$  de oppervlakte  $V$  maximaal is.

De oppervlakte van het trapezium  $OAPQ$  verandert op het tijdsinterval  $\langle 0, \frac{1}{2}\pi \rangle$  voortdurend. In figuur 8 is de grafiek getekend van  $V$  als functie van  $t$  op dit tijdsinterval.

De gemiddelde oppervlakte van het trapezium  $OAPQ$  over het tijdsinterval  $\langle 0, \frac{1}{2}\pi \rangle$  noemen we  $k$ . In figuur 8 is de lijn  $y = k$  getekend.

Er geldt: de oppervlakte van het gebied dat wordt ingesloten door de grafiek van  $V$ , de  $t$ -as en de lijn  $t = \frac{1}{2}\pi$  is gelijk aan de

oppervlakte van het gebied dat wordt ingesloten door de horizontale lijn  $y = k$ , de  $t$ -as, de  $y$ -as en de lijn  $t = \frac{1}{2}\pi$ .

6p **14**  Bereken met behulp van integreren de exacte waarde van  $k$ .

figuur 8

