Antwoorden	Deel-scores

Reistijd

Maximumscore 3

1 □ • De snelheid is op de heenreis 20 + v km/u en op de terugreis 20 – v km/u	1
• De heenreis duurt $\dfrac{10}{20+v}$ uur en de terugreis $\dfrac{10}{20-v}$ uur	1
• Deze twee opgeteld geeft de totale reistijd	1

Maximumscore 3

2 □ • Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking $\dfrac{10}{20+v}+\dfrac{10}{20-v}=2$	1
• beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden	1
• het antwoord 14,14 (km/u)	1

Maximumscore 6

3 □ • Er moet gelden dat $T'(v) > 0$ voor alle waarden van v	1
• $T'(v)=\dfrac{-10}{(20+v)^2}-\dfrac{-10}{(20-v)^2}$	2
• Wegens (0 <) 20 – v < 20 + v geldt: $\dfrac{10}{(20-v)^2}>\dfrac{10}{(20+v)^2}$	2
• de conclusie	1
of	
• Er moet gelden dat $T'(v) > 0$ voor alle waarden van v	1
• $T'(v)=\dfrac{-10}{(20+v)^2}-\dfrac{-10}{(20-v)^2}$	2
• $T'(v)=\dfrac{800v}{(20+v)^2(20-v)^2}$	2
• de conclusie	1

Maximumscore 5

4 □ • Er moet worden berekend: $\dfrac{1}{101}\cdot(T(0)+T(0{,}1)+T(0{,}2)+\ldots+T(10))$	2
• beschrijven hoe met de GR deze berekening uitgevoerd kan worden	1
• $\dfrac{1}{101}\cdot(T(0)+T(0{,}1)+T(0{,}2)+\ldots+T(10))\approx 1{,}099$ uur	1
• het antwoord 66 minuten	1

Maximumscore 6

5 □ • Het gemiddelde is $\dfrac{1}{10}\displaystyle\int_0^{10}\left(\dfrac{10}{20+v}+\dfrac{10}{20-v}\right)\mathrm{d}v$	2
• Een primitieve van T is $10\ln(20+v) - 10\ln(20-v)$	2
• $\dfrac{1}{10}\displaystyle\int_0^{10}\left(\dfrac{10}{20+v}+\dfrac{10}{20-v}\right)\mathrm{d}v=\dfrac{1}{10}\left(10\ln 30-10\ln 10-0\right)$	1
• de herleiding van $\dfrac{1}{10}\left(10\ln 30-10\ln 10-0\right)$ tot $\ln 3$	1

Antwoorden	Deel-scores

Maximumsnelheid

Maximumscore 4

6 □ • De werkelijke snelheid X is normaal verdeeld met $\mu = 70$ en $\sigma = 70 \cdot 0{,}015$	1
• De gevraagde kans is $P(X \geq 70 \cdot 1{,}03 \mid \mu = 70 \text{ en } \sigma = 70 \cdot 0{,}015)$	1
• beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden	1
• Afgerond op drie decimalen is dit inderdaad gelijk aan 0,023	1

Maximumscore 4

7 □ • $\mu = v$ geeft $\sigma = 0{,}015v$	1
• de ondergrens $1{,}03v$	1
• $z = \dfrac{1{,}03v - v}{0{,}015v}$ (= 2) is onafhankelijk van v	1
• De gevraagde kans $P(X \geq 1{,}03v \mid \mu = v \text{ en } \sigma = 0{,}015v)$ is dus ook onafhankelijk van v	1

Opmerking
Als de bedoelde kans voor een aantal waarden van de maximumsnelheden berekend is, ten hoogste 2 punten toekennen voor deze vraag.

Maximumscore 4

8 □ • Het aantal keren X dat hij gewaarschuwd wordt, is binomiaal verdeeld met $n = 200$ en $p = 0{,}023$	1
• $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$	1
• beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden	1
• het antwoord 0,84	1

Achtervolging

Maximumscore 4

9 □ • P en Q vallen voor het eerst samen als $\frac{11}{10}t = t + \frac{2}{3}\pi$	2
• het antwoord: na ongeveer 21 seconden	2
of	
• P moet $\frac{2}{3}\pi$ rad inhalen	1
• P loopt per seconde $\dfrac{1}{10}$ rad in op Q	2
• Dus P haalt Q voor het eerst in na $\dfrac{\frac{2}{3}\pi}{\frac{1}{10}} \approx 21$ seconden	1

Maximumscore 5

10 □ • $\dfrac{x_P(t) + x_Q(t)}{2} = \dfrac{5\cos\left(\frac{11}{10}t\right) + 5\cos\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5\cos\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	2
• $\dfrac{y_P(t) + y_Q(t)}{2} = \dfrac{5\sin\left(\frac{11}{10}t\right) + 5\sin\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5\sin\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	2
• $\varphi(t) = 5\cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	1

Snijpunten met een ellips

Maximumscore 4

11 ☐ • S_1 ligt op de conflictlijn dus $S_1A = S_1F$ **1**
• Dus is S_1 het snijpunt van de middelloodlijn van AF met AB **1**
• Evenzo is S_2 het snijpunt van de middelloodlijn van BF met AB **1**
• de tekening **1**

Maximumscore 5

12 ☐ • $PX = PF$, dus $\angle PXF = \angle PFX$ $(= x)$; *gelijkbenige driehoek* **1**
• $QY = QF$, dus $\angle QYF = \angle QFY$ $(= y)$; *gelijkbenige driehoek* **1**
• $x + \beta + y = 180°$ (1) ; *hoekensom driehoek* **1**
• (1) gecombineerd met $x + \alpha + y = \beta$ geeft $\beta - \alpha = 180° - \beta$ **1**
• $2\beta = \alpha + 180°$ geeft $\beta = \frac{1}{2}\alpha + 90°$ **1**

Exponentiële functie

Maximumscore 5

13 ☐ • $f'(x) = -e^{-x}$ **1**
• De richtingscoëfficiënt van lijn AB is $\frac{1}{e} - 1$ **1**
• Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking $-e^{-x} = \frac{1}{e} - 1$ **1**
• beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch of met de GR opgelost kan worden **1**
• $x \approx 0{,}46$ **1**

Maximumscore 7

14 ☐ • De oppervlakte van W is $\frac{1}{2}\left(e^{-a} + e^{-(a+1)}\right)$ **2**
• De oppervlakte van V is $\int_a^{a+1} e^{-x}\,dx$ **1**
• Een primitieve van e^{-x} is $-e^{-x}$ **1**
• De oppervlakte van V is $-e^{-(a+1)} + e^{-a}$ **1**
• de verhouding $\dfrac{\frac{1}{2}\left(e^{-a} + e^{-(a+1)}\right)}{e^{-a} - e^{-(a+1)}}$ herleiden tot $\dfrac{\frac{1}{2}\left(1 + e^{-1}\right)}{1 - e^{-1}}$ (of $\dfrac{\frac{1}{2}(e+1)}{e-1}$) (dus onafhankelijk van a) **2**

Antwoorden	Deel-scores
Vijf punten op een cirkel	
Maximumscore 6	
15 □ • De driehoeken AM_1E en BM_1D zijn gelijkbenig	1
• $\angle M_1EA = \frac{1}{2}(180° - \angle M_1)$ en $\angle M_1BD = \frac{1}{2}(180° - \angle M_1)$; *gelijkbenige driehoek* en *hoekensom driehoek*	2
• $\angle M_1EA + \angle AED = 180°$	1
• Dus $\angle M_1BD + \angle AED = 180°$	1
• Hieruit volgt dat vierhoek $ABDE$ een koordenvierhoek is	1
of	
• De driehoeken AM_1E en BM_1D zijn gelijkbenig	1
• $\angle M_1EA = \angle M_1AE$; *gelijkbenige driehoek*	1
• Dus $\angle AED = \angle EAB$ $(= x)$	1
• $\angle M_1DB = \angle M_1BD$ $(= y)$; *gelijkbenige driehoek*	1
• $2x + 2y = 360°$; *hoekensom vierhoek*, dus $x + y = 180°$	1
• Dus vierhoek $ABDE$ is een koordenvierhoek	1
Maximumscore 4	
16 □ • A, B, D en E liggen op één cirkel (zie vraag 15)	1
• Op dezelfde manier is aan te tonen dat A, B, C en D op één cirkel liggen	1
• Dus alle vijf punten liggen op de cirkel door de punten A, B en D	2
Periodieke rijen	
Maximumscore 5	
17 □ • $u_2 = \dfrac{5}{21}$, $u_3 = 3$ en $u_4 = 7$	2
• Dus de periode van de rij is 3	1
• Dan is $u_{2005} = u_1 = 7$	2
Maximumscore 4	
18 □ • Uit $u_0 = u_1$ volgt $b = a$	1
• Uit $u_2 = \dfrac{5}{u_0 \cdot u_1}$ en $u_2 = a$ volgt $a^3 = 5$	2
• $a = b = \sqrt[3]{5}$	1
Maximumscore 4	
19 □ • $P_{3k+1} = \underbrace{u_0 \cdot u_1 \cdot u_2}_{=5} \cdot \underbrace{u_3 \cdot u_4 \cdot u_5}_{=5} \cdot \ldots \cdot \underbrace{u_{3k-3} \cdot u_{3k-2} \cdot u_{3k-1}}_{=5} \cdot u_{3k} \cdot u_{3k+1}$	1
• $u_0 \cdot u_1 \cdot u_2 = 5, u_3 \cdot u_4 \cdot u_5 = 5$ enzovoort geeft $P_{3k-1} = 5^k$	2
• $P_{3k+1} = P_{3k-1} \cdot u_{3k} \cdot u_{3k+1} = 5^k \cdot 3 \cdot 7 = 21 \cdot 5^k$	1

inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma Wolf of vul de scores in op de optisch leesbare formulieren.
Zend de gegevens uiterlijk op 24 juni naar de Citogroep.

Einde