

Ingesloten

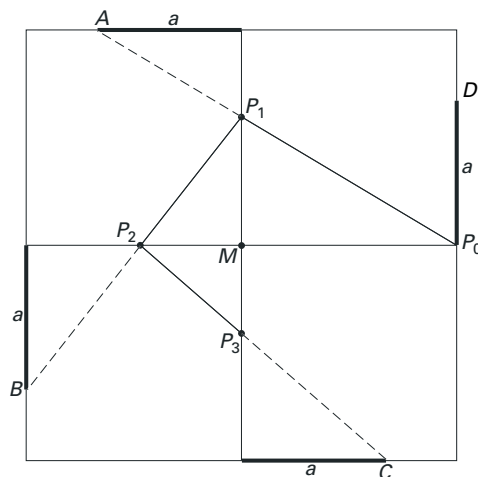
In figuur 8 is een vierkant getekend met middelpunt M en zijden 2. In het vierkant zijn de horizontale en verticale symmetrieassen getekend. Op afstand a van de middens van de zijden liggen de punten A , B , C en D . Hierbij is $0 < a \leq 1$.

We gaan een rij punten op de symmetrieassen construeren.

- Als startpunt P_0 kiezen we het midden van de rechterzijde
- P_0A snijdt een as in P_1
- P_1B snijdt een as in P_2
- P_2C snijdt een as in P_3
- P_3D snijdt een as in P_4
- enzovoort.

In figuur 8 zijn de eerste drie stappen (dus tot en met punt P_3) uitgevoerd. Bij elke stap ontstaan twee gelijkvormige driehoeken.

figuur 8



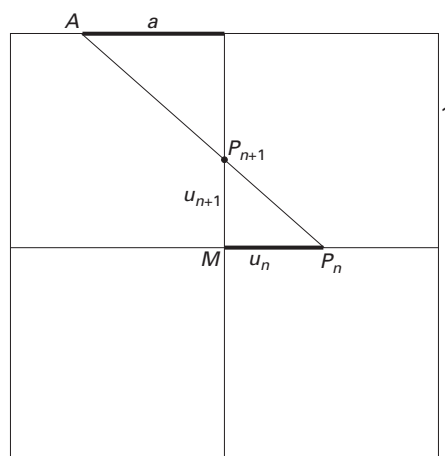
De lengte van MP_n noemen we u_n ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$). Dus $u_0 = MP_0 = 1$.

Neem $a = 1$. Dan liggen de punten A , B , C en D op de hoekpunten van het vierkant.

- 5p **14** □ Bereken voor dit geval u_1 , u_2 en u_3 .

We kiezen nu voor a een getal tussen 0 en 1. In figuur 9 zie je hoe uit u_n de volgende term u_{n+1} wordt gevonden. Figuur 9 staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 9



- 5p **15** □ Toon aan dat de volgende recursieve

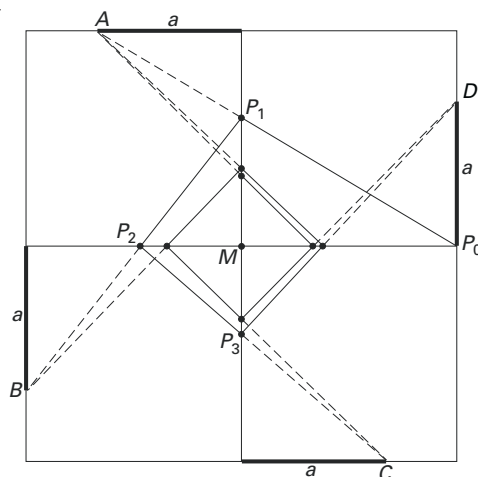
betrekking geldt: $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + a}$.

We kiezen nu $a = \frac{2}{3}$.

Het proces wordt eendeloos herhaald. Er is een vierkant rond M dat steeds nauwer wordt ingesloten. Zie figuur 10.

- 5p **16** □ Bereken de oppervlakte van dit vierkant exact. Licht je antwoord toe met een berekening.

figuur 10



Uitwerkbijlage bij vraag 15

vraag 15

