Antwoorden	Deel-scores

Voedselbehoefte

Maximumscore 4

1 □ • De groeifactor per jaar is $e^{0,1}$	1
• De groeifactor per maand is $\sqrt[12]{e^{0,1}}$	1
• De groeifactor per maand is ongeveer 1,008	1
• De toename per maand is ongeveer 0,8%	1
of	
• Elke maand neemt de bevolking met eenzelfde percentage toe	1
• Een keuze als $t = 0$ geeft $B = 228$ en $t = \frac{1}{12}$ geeft $B \approx 229{,}9$	1
• De toename per maand is $\frac{229{,}9 - 228}{228} \times 100\% \approx 0{,}8\%$	2

Maximumscore 5

2 □ • $V = 0{,}4 \cdot 1000 \cdot 228 \cdot (e^{0,1 \cdot \frac{1}{360}} + e^{0,1 \cdot \frac{2}{360}} + \ldots + e^{0,1})$ of $V = 0{,}4 \cdot 1000 \cdot 228 \cdot \sum_{k=1}^{360} e^{0,1 \cdot \frac{k}{360}}$	2
• beschrijven hoe deze waarde berekend kan worden	2
• V is ongeveer 34 534 512 (kg)	1
of	
• $V = 0{,}4 \cdot 1000 \cdot 228 \cdot (e^{0} + e^{0,1 \cdot \frac{1}{360}} + e^{0,1 \cdot \frac{2}{360}} + \ldots + e^{0,1 \cdot \frac{359}{360}})$ of $V = 0{,}4 \cdot 1000 \cdot 228 \cdot \sum_{k=0}^{359} e^{0,1 \cdot \frac{k}{360}}$	2
• beschrijven hoe deze waarde berekend kan worden	2
• V is ongeveer 34 524 920 (kg)	1

Opmerkingen
- *Verschillende manieren van invoeren van deze som in de GR, bijvoorbeeld met stapgrootte $\frac{1}{360}$, kunnen bij sommige rekenmachines tot afwijkingen in het antwoord leiden.*
- *Als gerekend is met $k = 0$ tot en met $k = 360$, dan 1 punt aftrekken.*
- *Als correcte antwoorden zijn afgerond op duizenden kilo's, hiervoor geen punten aftrekken.*

Maximumscore 4

3 □ • $V = 0{,}4 \cdot 360 \cdot 1000 \cdot \int_0^1 B(t)\,dt$	2
• Een primitieve van $228 \cdot e^{0,1t}$ is $2280 \cdot e^{0,1t}$	1
• V is ongeveer 34 529 716 (kg) (of $328320000(e^{0,1} - 1)$)	1

Spreekuur

Maximumscore 4

4 □ • beschrijven hoe de kans berekend kan worden dat een patiënt meer dan 15 minuten kost	1
• De kans dat een patiënt meer dan 15 minuten kost is 0,1056	1
• De verwachtingswaarde is ongeveer $12 \cdot 0{,}1056 \approx 1{,}27$	2

	Antwoorden	Deel-scores
	Maximumscore 5	
5	• De kans dat een patiënt meer dan 10 minuten kost is $\frac{1}{2}$	1
	• Het aantal patiënten X dat meer dan 10 minuten kost is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \frac{1}{2}$	1
	• $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$	1
	• beschrijven hoe deze kans berekend kan worden	1
	• het antwoord 0,61	1
	Maximumscore 5	
6	• De hypothese $\mu = 600$ moet getoetst worden tegen de hypothese $\mu > 600$	1
	• beschrijven hoe de overschrijdingskans van 654 bij de normale verdeling met $\mu = 600$ en $\sigma = 4\sqrt{60}$ berekend kan worden	2
	• De overschrijdingskans is 0,0407 (of, met continuïteitscorrectie, 0,0421)	1
	• $0{,}0407 < 0{,}05$, dus er is voldoende aanleiding om het gemiddelde te verhogen	1
	of	
	• De hypothese $\mu = 600$ moet getoetst worden tegen de hypothese $\mu > 600$	1
	• beschrijven hoe de grens g voor de tijd T berekend kan worden waarbij $P(T > g) < 0{,}05$	2
	• $g \approx 651$	1
	• $654 > 651$, dus er is voldoende aanleiding om het gemiddelde te verhogen	1
	of	
	• De hypothese (over het steekproefgemiddelde) $\mu = 10$ moet getoetst worden tegen de hypothese $\mu > 10$	1
	• beschrijven hoe de overschrijdingskans van $\frac{654}{60} = 10{,}9$ bij de normale verdeling met $\mu = 10$ en $\sigma = \frac{4}{\sqrt{60}}$ berekend kan worden	2
	• De overschrijdingskans is 0,0407	1
	• $0{,}0407 < 0{,}05$, dus er is voldoende aanleiding om het gemiddelde te verhogen	1

Een holle spiegel

	Maximumscore 6	
7	• De hoeken die l_1 en l_2 met de raaklijn in A maken zijn gelijk (noem die α); de hoeken die l_2 en l_3 met de raaklijn in B maken zijn gelijk (noem die β)	1
	• $\angle(l_1, l_2) = 180° - 2\alpha$ en $\angle(l_2, l_3) = 180° - 2\beta$	1
	• Als l_1 en l_3 evenwijdig zijn, is $\angle(l_1, l_2) + \angle(l_2, l_3) = 180°$ (*F- of Z-hoeken en gestrekte hoek*)	2
	• Hieruit volgt dat $\alpha + \beta = 90°$	1
	• Dus staan de raaklijnen in A en B loodrecht op elkaar (*hoekensom driehoek*)	1

De wijzers van een uurwerk

	Maximumscore 4	
8	• Dit is het geval als voldaan is aan $\cos 2\pi t = \cos \frac{1}{6}\pi t$ en aan $\sin 2\pi t = \sin \frac{1}{6}\pi t$	2
	• De kleinste positieve oplossing hiervan is $t = \frac{12}{11}$ (of een afgeronde waarde)	2
	of	
	• Elke 12 uur komt deze situatie 11 maal voor (met gelijke intervallen)	2
	• De eerste keer na $t = 0$ is op tijdstip $t = \frac{12}{11}$ (of een afgeronde waarde)	2

Opmerking
Als een ander tijdstip is gevonden dan het eerste na t = 0, waarop de wijzers over elkaar heen liggen, maximaal 2 punten toekennen.

Antwoorden	Deel-scores

Maximumscore 6

9 ☐

• De afstand is $\sqrt{(3\sin 2\pi t - 2\sin\frac{1}{6}\pi t)^2 + (3\cos 2\pi t - 2\cos\frac{1}{6}\pi t)^2}$	2
• herleiden tot $\sqrt{9\sin^2 2\pi t + 9\cos^2 2\pi t + 4\sin^2 \frac{1}{6}\pi t + 4\cos^2 \frac{1}{6}\pi t - 12\sin 2\pi t \sin\frac{1}{6}\pi t - 12\cos 2\pi t \cos\frac{1}{6}\pi t}$	2
• herleiden tot $\sqrt{13 - 12\cos\frac{11}{6}\pi t}$	2

Maximumscore 4

10 ☐

• Als (voor het eerst) een gelijkbenige driehoek gevormd wordt, is de afstand tussen de eindpunten van de wijzers 2	1
• Gezocht wordt de kleinste positieve oplossing van de vergelijking $\sqrt{13 - 12\cos\frac{11}{6}\pi t} = 2$	1
• beschrijven hoe deze oplossing gevonden kan worden	1
• $t \approx 0{,}125$	1

Twee halve parabolen

Maximumscore 7

11 ☐

• De lengte van AB is $l = \sqrt{p} - p^2$	2
• $\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}p} = \frac{1}{2\sqrt{p}} - 2p$	2
• $\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}p} = 0$ geeft $p^{1,5} = \frac{1}{4}$	2
• $p = \sqrt[3]{\frac{1}{16}}$ (of $(\frac{1}{4})^{\frac{1}{1,5}}$)	1

Maximumscore 7

12 ☐

• De oppervlakte is gelijk aan $\int_1^2 (x^2 - \sqrt{x})\mathrm{d}x + \int_2^4 (6 - x - \sqrt{x})\mathrm{d}x$	2
• de primitieve $\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$	2
• de primitieve $6x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$	1
• De totale oppervlakte is $3\frac{2}{3}$	2

Het bissectricepunt

Maximumscore 4

13 ☐

• $\angle APB = 180° - (\angle BAP + \angle ABP) = 180° - (\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B)$ (*hoekensom driehoek ABP*)	1
• $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}(180° - \gamma) = 90° - \frac{1}{2}\gamma$ (*hoekensom driehoek ABC*)	2
• dus $\angle APB = 180° - (90° - \frac{1}{2}\gamma) = 90° + \frac{1}{2}\gamma$	1

Maximumscore 4

14 ☐

• γ verandert niet van grootte als C over boog I beweegt (*stelling van de omtrekshoek*)	1
• Dus $\angle APB = 90° + \frac{1}{2}\gamma$ verandert ook niet van grootte	2
• De baan van P is een cirkelboog (*hoeken op een cirkelboog*)	1

Antwoorden	Deel-scores

Maximumscore 3

15 ☐ • $\angle AMB$ is het dubbele van de omtrekshoek op boog APB (*stelling van de omtrekshoek*) — 1

• $\angle AMB = 2(\angle PAB + \angle PBA)$ — 1

• $\angle AMB = \angle CAB + \angle CBA = 180° - \gamma$ (*hoekensom driehoek)* — 1

of

• $\angle AMB = 360°$ − (de middelpuntshoek die bij de omtrekshoek $\angle APB$ hoort) (*stelling van de omtrekshoek*) — 1

• $\angle AMB = 360° - 2(90° + \frac{1}{2}\gamma) = 180° - \gamma$ — 2

Maximumscore 3

16 ☐ • $\angle AMB + \gamma = 180°$, dus $AMBC$ is een koordenvierhoek (*omgekeerde koordenvierhoekstelling*) — 2

• Dus M ligt op boog II — 1

Een rij punten

Maximumscore 4

17 ☐ • Noem het voetpunt van P_k op de x-as: V_k ($k = 1, 2, 3, ...$) dan $r_k = \dfrac{P_kV_k}{k}$ — 1

• $r_{k+1} = \dfrac{P_{k+1}V_{k+1}}{k+1} = \dfrac{Q_kV_k}{k}$ — 1

• $\dfrac{Q_kV_k}{k} = \dfrac{P_kV_k - 1}{k}$ — 1

• $\dfrac{P_kV_k - 1}{k} = \dfrac{P_kV_k}{k} - \frac{1}{k} = r_k - \frac{1}{k}$ — 1

Maximumscore 4

18 ☐ • P_n ligt onder de x-as als $r_n < 0$ — 2

• beschrijven hoe met de GR een tabel van de rij r_n gemaakt kan worden — 1

• Uit de tabel blijkt dat $r_n < 0$ als $n \geq 32$ — 1

Maximumscore 4

19 ☐ • $r_{n+1} = r_1 - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \ldots - \frac{1}{n}$ — 2

• $r_{n+1} = 4 - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ — 1

• Voor voldoend grote waarden van n is $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} > 4$ en is r_{n+1} dus negatief (en ligt P_{n+1} dus onder de x-as) — 1

Einde