

Antwoordmodel VWO wb12 2003-II

Antwoorden	Deel- scores
------------	-----------------

Loterij

Maximumscore 4

- 1 • $P(\text{Thomas wint minstens één prijs}) = 1 - P(\text{Thomas wint geen prijs})$
• $1 - 0,95 \times 0,80 = 1 - 0,76 = 0,24$

2

2

Maximumscore 3

- 2 • $P(\text{minstens 8 leden vallen in de prijzen}) = P(X \geq 8 \mid n = 20, p = 0,24)$
• $P(X \geq 8 \mid n = 20, p = 0,24) = 1 - P(X \leq 7 \mid n = 20, p = 0,24)$
• het antwoord 0,08

1

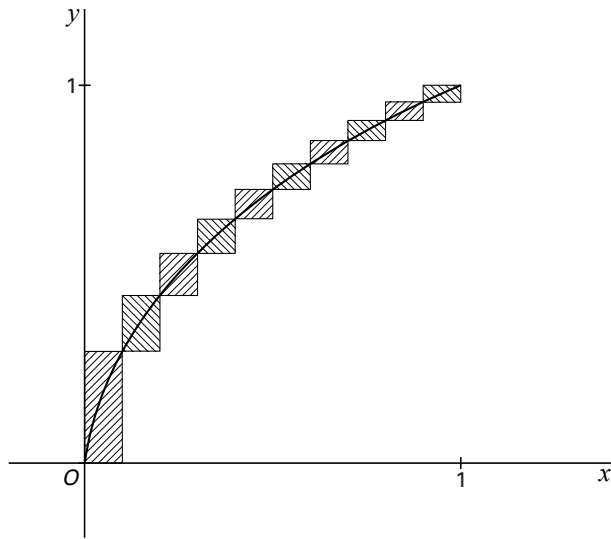
1

1

Maximumscore 4

- 6 □ • een tekening van het verschil van bovensom en ondersom

2



- Het verschil is de oppervlakte van een rechthoek met basis $\frac{1}{10}$ en hoogte 1, dus het verschil

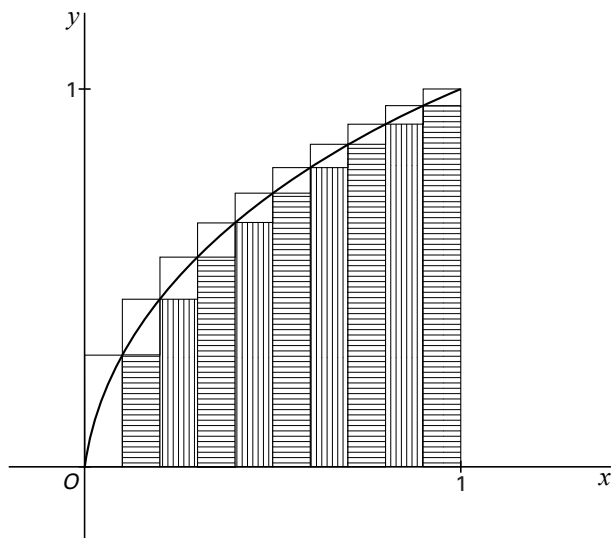
is $\frac{1}{10}$

2

of

- een tekening van bovensom en ondersom

2



- Het i -de staafje in de bovensom is even groot als het $(i+1)$ -de staafje in de ondersom

1

- Het verschil is het laatste staafje met breedte $\frac{1}{10}$ en hoogte 1, dus het verschil is $\frac{1}{10}$

1

of

$$\bullet O_{10} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{1}{10}} + \frac{1}{10}\sqrt{\frac{2}{10}} + \dots + \frac{1}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$$

2

$$\bullet B_{10} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{1}{10}} + \frac{1}{10}\sqrt{\frac{2}{10}} + \dots + \frac{1}{10}\sqrt{\frac{9}{10}} + \frac{1}{10}\sqrt{\frac{10}{10}}$$

1

$$\bullet B_{10} - O_{10} = \frac{1}{10}$$

1

Antwoorden	Deel-scores
------------	-------------

Maximumscore 4

- 7 □ • Uit $A < B_n$ volgt $n\sqrt{n} \cdot A < \sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}$ 1
- Uit $A > O_n$ volgt $A > \frac{1}{n\sqrt{n}}(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}) - \frac{1}{n}$ 1
- dus $n\sqrt{n} \cdot A + \sqrt{n} > \sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}$ 1
- dus $n\sqrt{n} \cdot A < \sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n} < n\sqrt{n} \cdot A + \sqrt{n}$ 1

Maximumscore 5

- 8 □ • $A = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}$ 2
- $\frac{2}{3} \cdot 10000 \cdot \sqrt{10000} < \sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{10000} < \frac{2}{3} \cdot 10000 \cdot \sqrt{10000} + \sqrt{10000}$ 1
- De benadering is ongeveer $\frac{2}{3} \cdot 1\,000\,000 + 50 = 666\,716\frac{2}{3}$ 2

Opmerking
 Als is afgerond op 666 717 (of 666 716) geen punten aftrekken.



Oppervlaktes en rijen

Maximumscore 8

- 9 □ • $f'(x) = \frac{1}{2}x$ 1
- $\frac{1}{2}x = 1$ geeft het raakpunt (2, 1) 1
- De raaklijn in (2, 1) aan de grafiek van f snijdt de y -as in het punt (0, -1) 1
- $g'(x) = \frac{8}{x^3}$ 1
- $\frac{8}{x^3} = 1$ geeft het raakpunt (2, -1) 1
- De raaklijn in (2, -1) aan de grafiek van g snijdt de y -as in het punt (0, -3) 1
- De oppervlakte van het vierkant is 2 2

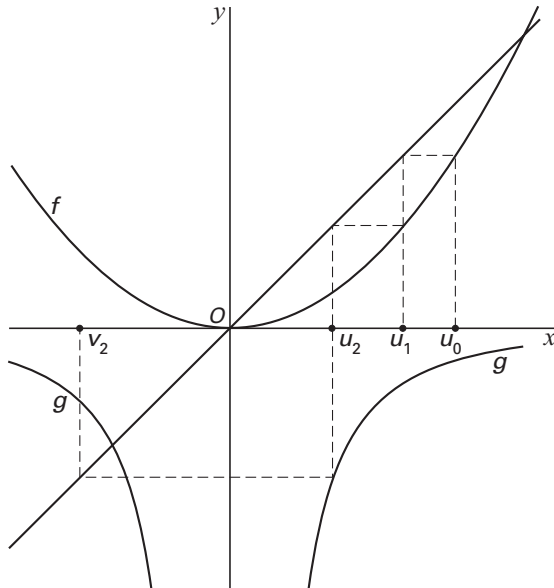
Maximumscore 7

- 10 □ • $x = a$ (of $x = -a$) geeft $y_C = \frac{1}{4}a^2$ 1
- De oppervlakte van het donkergrijze gebied is $\int_{-a}^a (\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}x^2) dx$ 1
- De oppervlakte van het donkergrijze gebied is $[\frac{1}{4}a^2x - \frac{1}{12}x^3]_{-a}^a$ 1
- De oppervlakte van het donkergrijze gebied is $\frac{2}{3}a^3$ 1
- De oppervlakte van de rechthoek is $2a \cdot (\frac{1}{4}a^2 + \frac{4}{a^2})$ 1
- Dit geeft de vergelijking $2a \cdot (\frac{1}{4}a^2 + \frac{4}{a^2}) = \frac{4}{3}a^3$ 1
- Deze vergelijking oplossen geeft $a \approx 2,63$ (of $a = \sqrt[4]{48}$) 1

Maximumscore 5

- 11 • uitgaande van u_0 de plaats van u_1 op de x -as vinden
 • uitgaande van u_1 de plaats van u_2 op de x -as vinden
 • uitgaande van u_2 de plaats van v_2 op de x -as vinden

2
1
2

**Maximumscore 6**

- 12 • $g(u_1) = -1$
 • $-\frac{4}{u_1^2} = -1$, hieruit volgt $u_1 = 2$
 • $f(u_0) = 2$
 • $\frac{1}{4}u_0^2 = 2$, hieruit volgt $u_0 \approx 2,8$ (of $u_0 = \sqrt{8}$)

1
2
1
2

Lissajous-kromme**Maximumscore 4**

- 13 • $y = 0$ oplossen geeft bijvoorbeeld $t \approx -0,52$ of $t \approx 1,05$ of $t \approx 2,62$ of $t \approx 4,19$ /
 $t = -\frac{1}{6}\pi$ of $t = \frac{1}{3}\pi$ of $t = \frac{5}{6}\pi$ of $t = \frac{4}{3}\pi$
 • Deze waarden voor t invullen geeft $(-\frac{1}{2}; 0)$, $(0,87; 0)$, $(\frac{1}{2}; 0)$ en $(-0,87; 0)$ /
 $(-\frac{1}{2}; 0)$, $(\frac{1}{2}\sqrt{3}; 0)$, $(\frac{1}{2}; 0)$ en $(-\frac{1}{2}\sqrt{3}; 0)$

2
2

Maximumscore 7

- 14 • $x = 0$ oplossen geeft bijvoorbeeld $t = 0$
 • $\frac{dx}{dt} = \cos t$
 • $\frac{dy}{dt} = 2 \cos(2t + \frac{1}{3}\pi)$
 • $x'(0) = 1$
 • $y'(0) = 1$
 • $v(0) = \sqrt{2}$

1
1
2
1
1
1

Lijn door het snijpunt van twee cirkels
Maximumscore 4

- 15 □ • $\angle D$ is constant (*hoeken op een cirkelboog*) 1
 • $\angle ACB$ is constant (*hoeken op een cirkelboog*) dus is $\angle BCD = 180^\circ - \angle ACB$ ook constant 2
 • $\angle BCD + \angle D + \angle B = 180^\circ$ (*hoekensom in een driehoek*) dus is ook $\angle B$ constant 1

Maximumscore 3

- 16 □ • $\angle ACB = \frac{1}{2}$ boog AB 1
 • $\angle AMB =$ boog AB 1
 • $\angle AMN = \frac{1}{2} \angle AMB$, dus $\angle AMN = \angle ACB$ 1

Maximumscore 4

- 17 □ • $\angle AMN = \angle C$ (uit vraag 16), zo ook $\angle ANM = \angle D$ 1
 • $\angle B = 180^\circ - \angle C - \angle D$ (*hoekensom in een driehoek*) 1
 • $\angle MAN = 180^\circ - \angle AMN - \angle ANM$ (*hoekensom in een driehoek*) 1
 • dus $\angle MAN = \angle CBD$ 1

Einde