Vraag	Antwoord	Scores

Een spiraal

1 maximumscore 5

- De totale oppervlakte van de stroken is de som van een rekenkundige rij — 1
- De som is $\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot (1+99) = 2500$ — 1
- De afmetingen van de rechthoek zijn 99 en 98 — 1
- De oppervlakte van de rechthoek is $99 \cdot 98 = 9702$ — 1
- Dus $\frac{2500}{9702}$ deel wordt bedekt (of: ongeveer 25,8% wordt bedekt) — 1

2 maximumscore 5

- De ongelijkheid $\frac{n+2}{4n-4} - \frac{1}{4} < \frac{1}{100}$ moet worden opgelost — 1
- De vergelijking $\frac{n+2}{4n-4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{100}$ herleiden tot $\frac{n+2}{4n-4} = \frac{26}{100}$ — 1
- Dit schrijven als $100n + 200 = 104n - 104$ — 1
- De vergelijking heeft als oplossing $n = 76$ — 1
- De gezochte kleinste waarde van n is 78 — 1

Het gemiddelde van normale verdelingen

3 maximumscore 2

De gemiddelde lengte van alle volwassen mannen is
$0,20 \cdot 185 + 0,80 \cdot 160 = 165$ (cm)

4 maximumscore 4

- De fractie mannen met een lichaamslengte kleiner dan 165 cm is
  $0,20 \cdot \mathrm{P}(X < 165 \mid \mu = 185, \sigma = 6) + 0,80 \cdot \mathrm{P}(X < 165 \mid \mu = 160, \sigma = 6)$ — 2
- Beschrijven hoe deze fractie berekend kan worden — 1
- De fractie is ongeveer 0,638 (en dat komt overeen met meer dan 60%) — 1

Opmerking
Als bij het berekenen van de gevraagde fractie continuïteitscorrectie is toegepast hiervoor geen punten aftrekken.

5 maximumscore 3

- Bij een normaal verdeelde stochast ligt 50% onder het gemiddelde — 2
- Hier ligt meer dan 50% onder het gemiddelde (dus is hier geen sprake van een normale verdeling) — 1

Een verdeeld vierkant

6 maximumscore 3

- $S(4, \frac{1}{16})$ en $T(\frac{1}{2}, 4)$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van ST is $\dfrac{4-\frac{1}{16}}{\frac{1}{2}-4}$ — 1
- Het antwoord $-1\frac{1}{8}$ (of $-1{,}125$) — 1

7 maximumscore 4

- De oppervlakte van het gebied $OASTC$ is $4 \cdot \frac{1}{2} + \int_{\frac{1}{2}}^{4} \frac{1}{x^2}\,dx$ — 1
- Een primitieve van $\dfrac{1}{x^2}$ is $-\dfrac{1}{x}$ — 1
- Dus $\left[-\dfrac{1}{x}\right]_{\frac{1}{2}}^{4} = 1\frac{3}{4}$ (of $1{,}75$) — 1
- De oppervlakte van $OASTC$ is $2 + 1\frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$ (of $3{,}75$) — 1

8 maximumscore 4

- T is het midden van BC als $\dfrac{1}{\sqrt{p}} = \frac{1}{2}p$ — 1
- Uit $\dfrac{1}{\sqrt{p}} = \frac{1}{2}p$ volgt $p\sqrt{p} = 2$ — 1
- $p = \sqrt[3]{4}$ (of $p = 4^{\frac{1}{3}}$ of $p = 2^{\frac{2}{3}}$) — 2

of

- T is het midden van BC als $f(\frac{1}{2}p) = p$ — 1
- Uit $f(\frac{1}{2}p) = p$ volgt $p^3 = 4$ — 2
- $p = \sqrt[3]{4}$ (of $p = 4^{\frac{1}{3}}$ of $p = 2^{\frac{2}{3}}$) — 1

9 maximumscore 6

- De diagonaal AC heeft vergelijking $y = -x + p$ — 1
- AC raakt aan de grafiek van f als er een waarde van x is waarvoor geldt dat $f'(x) = -1$ en $f(x) = -x + p$ — 1
- $f'(x) = -2x^{-3}$ — 1
- $f'(x) = -1$ geeft $x = \sqrt[3]{2}$ ($\approx 1{,}2599$) — 1
- $f(x) = -x + p$ geeft $\dfrac{1}{(\sqrt[3]{2})^2} = -\sqrt[3]{2} + p$ (of $\dfrac{1}{1{,}2599^2} = -1{,}2599 + p$) dus $p \approx 1{,}89$ — 2

Onnodig ingewikkeld?

10 maximumscore 4

- Uitgerekend moet worden het tijdstip t waarbij $S = \frac{168{,}0}{170{,}0}$ ($\approx 0{,}9882$) 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{168{,}0}{170{,}0} = \ln(-0{,}00216t + 2{,}7183)$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van de vergelijking: $t \approx 14{,}73$ uur 1
- Het antwoord: na (ongeveer) 884 minuten (ofwel 14 uur en 44 min.) 1

11 maximumscore 6

- $S' = \dfrac{-0{,}00216}{-0{,}00216t + 2{,}7183}$ $\left(= \dfrac{0{,}00216}{0{,}00216t - 2{,}7183}\right)$ 2
- $S'' = -\dfrac{0{,}00216^2}{(0{,}00216t - 2{,}7183)^2}$ 2
- (omdat $0{,}00216^2$ en $(0{,}00216t - 2{,}7183)^2$ beide voor elke waarde van t positief zijn, geldt:) S'' is voor elke waarde van t negatief 1
- Dus er is sprake van toenemende daling 1

12 maximumscore 4

- Voor het (positieve) verschil V dat de formules kunnen opleveren geldt: $V = \ln(-0{,}00216t + 2{,}7183) - (-0{,}0008t + 1{,}0000)$ 1
- Beschrijven hoe het maximum van V gevonden kan worden 1
- Dit maximum is $2{,}9551 \cdot 10^{-5}$ 1
- Het maximale verschil voor de lengte van meneer Jansen is dus $170{,}0 \cdot 2{,}9551 \cdot 10^{-5} \approx 0{,}0050$ cm (of 0,005 cm) 1

Een leugendetector

13 maximumscore 3

- De verwachtingswaarde is $1 \cdot 0,88 + 4 \cdot 0,25$ 2
- Het antwoord: 1,88 1

14 maximumscore 5

- De kans dat de leugenaar als leugenaar wordt aangewezen en de waarheidsprekers niet is $0,88 \cdot 0,75^4 \approx 0,2784$ 2
- De kans dat de leugenaar niet als leugenaar wordt aangewezen en één van de waarheidsprekers wel is $0,12 \cdot 4 \cdot 0,25 \cdot 0,75^3 \approx 0,0506$ 2
- Het antwoord: ongeveer 0,33 (of ongeveer 33%) 1

15 maximumscore 5

- Het aantal waarheidsprekers die als leugenaar worden aangewezen, X, is binomiaal verdeeld met n = 10 en p is de kans dat een waarheidspreker als leugenaar wordt aangewezen 1
- Gevraagd wordt de grootste waarde van x zo dat $\text{P}(X \geq 1 \mid n = 10, p = x) \leq 0,50$ 1
- Beschrijven hoe $\text{P}(X \geq 1 \mid n = 10, p = x) = 0,50$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van deze vergelijking is $x \approx 0,06697$ 1
- De grootste waarde van x die aan de ongelijkheid voldoet, is ongeveer 0,066 (of 0,06) 1

of

- Als p de kans is dat een waarheidspreker als leugenaar wordt aangewezen, dan is de kans dat geen van de waarheidsprekers aangewezen wordt als leugenaar $(1-p)^{10}$ 1
- Gevraagd wordt de grootste waarde van p zo dat $1-(1-p)^{10} \leq 0,50$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $1-(1-p)^{10} = 0,50$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van deze vergelijking is $p \approx 0,06697$ 1
- De grootste waarde van p die aan de ongelijkheid voldoet, is ongeveer 0,066 (of 0,06) 1

Bebuikte rechthoeken

16 maximumscore 6

- De oppervlakte van elke cirkelsector is $\frac{t}{2\pi}\cdot\pi\cdot 4^2 = 8t$ — 2
- Elke driehoek heeft oppervlakte $\frac{1}{2}\cdot 4\cos t\cdot 4\sin t$ — 2
- $O(t) = 2\cdot 8t + 6\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cos t\cdot 4\sin t = 16t + 48\cdot\sin t\cdot\cos t$ — 1
- Dus $O(t) = 16t + 24\cdot 2\sin t\cos t = 16t + 24\cdot\sin 2t$ — 1

17 maximumscore 4

- De hoogte is 4, dus $\sin t = \frac{2}{4}$ — 1
- Dit geeft $t = \frac{1}{6}\pi$ — 1
- De oppervlakte is dan $2\frac{2}{3}\pi + 12\sqrt{3}$ — 2

18 maximumscore 7

- $O'(t) = 16 + 48\cdot\cos 2t$ — 2
- O is maximaal als $\cos 2t = -\frac{1}{3}$ — 1
- Dit geeft $1 - 2\sin^2 t = -\frac{1}{3}$ en dus $\sin^2 t = \frac{2}{3}$ — 2
- Hieruit volgt (omdat $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) $\sin t = \sqrt{\frac{2}{3}}$ — 1
- De hoogte is $8\cdot\sin t = 8\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}$ $(= \frac{8}{3}\sqrt{6})$ — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 26 juni naar Cito.