

Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Over een parabool gespannen

1 maximumscore 4

- $f'(x) = -2x$ 1
 - De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in R is $f'(1) = -2$ 1
 - De raaklijn in R heeft als vergelijking $y = -2x + 4$ 1
 - Deze raaklijn snijdt de x -as in $(2, 0)$ 1
- of
- $f'(x) = -2x$ 1
 - De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in R is $f'(1) = -2$ 1
 - De richtingscoëfficiënt van de lijn door $(1, 2)$ en $(2, 0)$ is ook -2 1
 - Dus de raaklijn snijdt de x -as in $(2, 0)$ 1

2 maximumscore 5

- $PQ = RS = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} (\approx 2,236)$ 1
- De lengte van boog QR is gelijk aan $\int_{-1}^1 \sqrt{1 + (-2x)^2} dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal berekend kan worden 1
- De lengte van boog QR is (ongeveer) 2,958 1
- De lengte van het touwtje is (ongeveer) 7,43 1

3 maximumscore 4

- De parabool snijdt de positieve x -as in $(\sqrt{3}, 0)$ 1
- De oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \int_1^{\sqrt{3}} f(x) dx$ (of $\int_1^2 (4 - 2x) dx - \int_1^{\sqrt{3}} f(x) dx$) 1
- Een primitieve van $3 - x^2$ is $3x - \frac{1}{3}x^3$ 1
- De oppervlakte is $3\frac{2}{3} - 2\sqrt{3}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Wachten op de bus

4 maximumscore 4

- De drie tijdsintervallen hebben achtereenvolgens de kansen $\frac{10}{60}$, $\frac{20}{60}$ en $\frac{30}{60}$ en 1
- De te verwachten wachttijden per interval bedragen achtereenvolgens 5, 10 en 15 minuten 1
- De verwachtingswaarde van de wachttijd is $\frac{10}{60} \cdot 5 + \frac{20}{60} \cdot 10 + \frac{30}{60} \cdot 15$ 1
- Dit is $11\frac{2}{3}$ minuut (of 11 minuten en 40 seconden, of ongeveer 11,7 minuten) 1

5 maximumscore 4

- Gevraagd wordt x zo dat $P(T > 65 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = x) = 0,10$, waarbij T de reistijd van een bus in minuten is 1
- Beschrijven hoe x kan worden berekend 2
- De maximale standaardafwijking is (ongeveer) 3,9 minuten 1

6 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de kans $P(T > 65 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = 3,4)$ kan worden berekend 1
- Die kans is (ongeveer) 0,0707 1
- De kans $P(T < 55 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = 3,4)$ is ook (ongeveer) 0,0707 1
- De gevraagde kans is (ongeveer) $0,0707^2 \approx 0,005$ 1

7 maximumscore 4

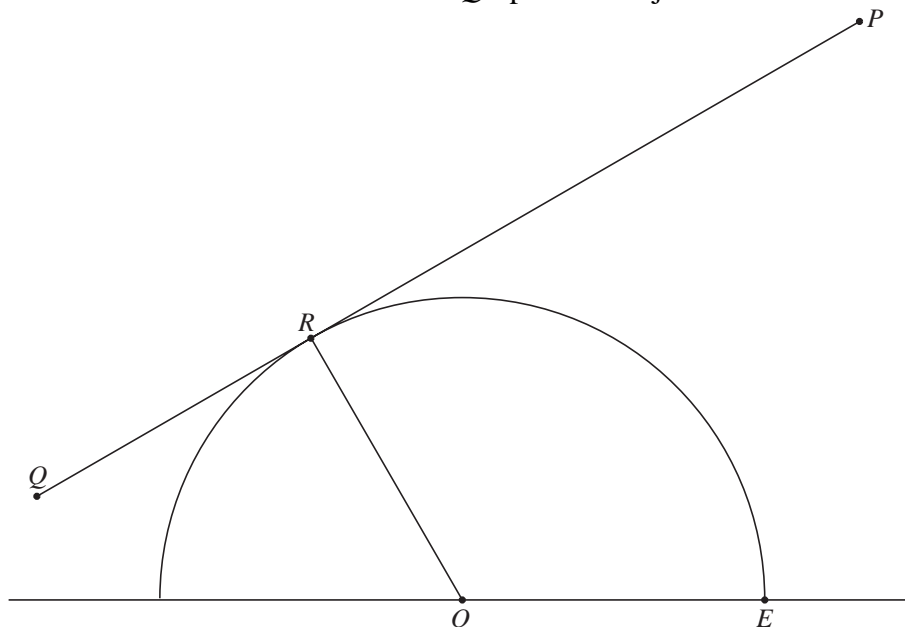
- De gevraagde kans is $P(V \leq -8 \mid \mu = 0 \text{ en } \sigma = 4,8)$, waarbij $V = \text{reistijd tweede bus} - \text{reistijd eerste bus}$ in minuten (of $P(V \geq 8 \mid \mu = 0 \text{ en } \sigma = 4,8)$, waarbij $V = \text{reistijd eerste bus} - \text{reistijd tweede bus}$ in minuten) 2
- Beschrijven hoe deze kans berekend kan worden 1
- De kans is (ongeveer) 0,05 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een buiteling

8 maximumscore 5

- Het aangeven van R op de cirkel zo dat $\angle EOR = \frac{2}{3}\pi$
(dus $\angle EOR = 120^\circ$) 1
- Het tekenen van de raaklijn in R aan de cirkel, loodrecht op OR 1
- In de tekening op de uitwerkbijlage is $PQ = \pi \cdot 4 \approx 12,6$ cm 1
- In deze tekening is $PR = \frac{2}{3}\pi \cdot 4 \approx 8,4$ cm 1
- Het correct tekenen van P en Q op de raaklijn 1



9 maximumscore 3

- De x -coördinaat van P is $OR' + PP'$ 1
- $OR' = \cos(t)$ 1
- $PP' = t \cdot \sin(t)$ (en dus $x(t) = \cos(t) + t \cdot \sin(t)$) 1

10 maximumscore 6

- $x'(t) = -\sin(t) + 1 \cdot \sin(t) + t \cdot \cos(t) = t \cdot \cos(t)$ en
 $y'(t) = \cos(t) - 1 \cdot \cos(t) - t \cdot -\sin(t) = t \cdot \sin(t)$ 3
- $(x'(t))^2 + (y'(t))^2 = (t \cdot \cos(t))^2 + (t \cdot \sin(t))^2 = t^2 \cdot (\cos^2(t) + \sin^2(t)) = t^2$ 2
- $v(t) = \sqrt{t^2} = t$ (omdat $t \geq 0$) 1

Opmerking

Als de productregel niet is toegepast, voor deze vraag geen punten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Acceleratietijd

11 maximumscore 3

- $\frac{dv}{dt} = 50 \cdot 0,07 \cdot e^{-0,07t} (= 3,5 \cdot e^{-0,07t})$ 2
- $t = 0$ invullen geeft de grootste versnelling: $3,5 \text{ m/s}^2$ 1

12 maximumscore 4

- $100 \text{ km/uur} = \frac{100}{3,6} \text{ m/s}$ 1
- Voor de acceleratietijd t geldt: $50 \cdot (1 - e^{-0,07t}) = \frac{100}{3,6} (= 27,77\dots)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- De acceleratietijd is (ongeveer) 12 seconden 1

Dozen

13 maximumscore 4

- De breedte van de doos is $b - 2x$ 1
- De inhoud van de doos is $x \cdot (b - 2x)^2$ 1
- $x \cdot (b - 2x)^2 = x \cdot (b^2 - 4bx + 4x^2)$ 1
- Dit is gelijk aan $4x^3 - 4bx^2 + b^2x$ 1

14 maximumscore 4

- $I'(\frac{1}{6}b)$ moet gelijk aan 0 zijn 1
- $I'(x) = 12x^2 - 8bx + b^2$ 1
- $I'(\frac{1}{6}b) = \frac{12}{36}b^2 - \frac{8}{6}b^2 + b^2$ 1
- $\frac{12}{36}b^2 - \frac{8}{6}b^2 + b^2$ herleiden tot 0 1
- of
- $I'(x) = 12x^2 - 8bx + b^2$ 1
- $I'(x) = 0$ geeft $x = \frac{8b \pm \sqrt{64b^2 - 48b^2}}{24}$ 1
- $x = \frac{1}{6}b$ of $x = \frac{1}{2}b$ 1
- $x = \frac{1}{2}b$ voldoet niet, dus $x = \frac{1}{6}b$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Bridge

15 maximumscore 6

- Voor een yarborough moet de speler 0 van de 20 honneurs krijgen en 13 van de 32 andere kaarten 1

- De kans op een yarborough is $\frac{\binom{32}{13}\binom{20}{0}}{\binom{52}{13}}$ 1

- Dit is (ongeveer) 0,000547 1
- Per spel was de te verwachten winst voor Lord Yarborough $0,999453 \cdot 1 - 0,000547 \cdot 1000 \approx 0,45$ (pond) 2
- Dus het aanbod zal Lord Yarborough op den duur winst opgeleverd hebben 1

of

- De kans op een yarborough is $\frac{32}{52} \cdot \frac{31}{51} \cdot \dots \cdot \frac{20}{40}$ 2
- Dit is (ongeveer) 0,000547 1
- Per spel was de te verwachten winst voor Lord Yarborough $0,999453 \cdot 1 - 0,000547 \cdot 1000 \approx 0,45$ (pond) 2
- Dus het aanbod zal Lord Yarborough op den duur winst opgeleverd hebben 1

of

- De kans op een yarborough is $\frac{32}{52} \cdot \frac{31}{51} \cdot \dots \cdot \frac{20}{40}$ 2
- Dit is (ongeveer) 0,000547 1
- $0,000547 < \frac{1}{1001}$, dus het aanbod zal Lord Yarborough op den duur winst opgeleverd hebben 3

Opmerking

Als geantwoord is '0,000547 < $\frac{1}{1000}$, dus het aanbod zal Lord Yarborough op den duur winst opgeleverd hebben', voor deze vraag maximaal 4 punten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een vuurpijl met tegenwind

16 maximumscore 7

- In het hoogste punt geldt: $\frac{dy}{dx} = 0$ 1
- $\frac{dy}{dx} = 2 + 4 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{625 - 10x}} \cdot -10$ 2
- $\frac{dy}{dx} = 0$ geeft $\frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} = 2$ 1
- $\frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} = 2$ geeft $625 - 10x = 100$ 1
- $10x = 525$, dus $x = 52,5$ 1
- De maximale hoogte is 45 m 1

17 maximumscore 3

- In punt A geldt: $2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} = 2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $x = 62,5$ 1

18 maximumscore 6

- $2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} = 0$ 1
- $2x - 100 = 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$ 1
- $(2x - 100)^2 = 16 \cdot (625 - 10x)$ 1
- Deze vergelijking herleiden tot $4x^2 - 240x = 0$ 2
- $x = 60$, dus de vuurpijl komt 60 m vanaf O op de grond 1

Opmerking

Als het antwoord 60 m niet langs algebraïsche weg is gevonden, voor deze vraag maximaal 1 punt toekennen.