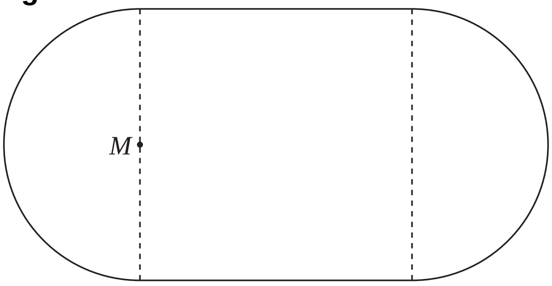
Rechthoek in ovaal

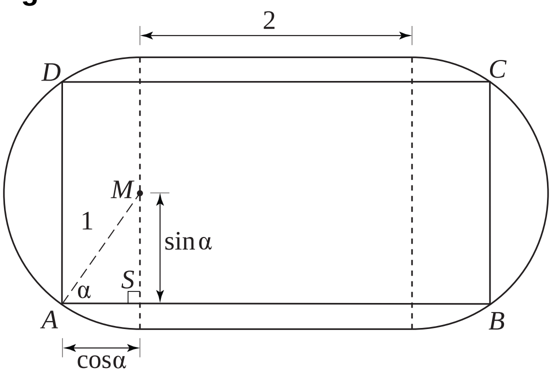
Het ovaal in figuur 6 bestaat uit een vierkant van 2 bij 2 met aan weerszijden een halve cirkel met straal 1. M is het middelpunt van een van de halve cirkels.

figuur 6



In het ovaal wordt een rechthoek $ABCD$ getekend met de hoekpunten op de halve cirkels en met de zijden evenwijdig aan de zijden van het vierkant. $\angle MAB = \alpha$ rad ($0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$). Zie figuur 7. Hierin is de rechthoekige driehoek AMS te zien met rechthoekszijden $\sin\alpha$ en $\cos\alpha$.

figuur 7



De oppervlakte O van rechthoek $ABCD$ kan uitgedrukt worden in α. Er geldt: $O = 2\sin 2\alpha + 4\sin\alpha$.

4p **7** Toon aan dat deze formule juist is.

Er geldt: $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 8\cdot\cos 1\tfrac{1}{2}\alpha\cdot\cos\tfrac{1}{2}\alpha$.

4p **8** Toon aan dat de formule voor $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha}$ juist is.

Er is een waarde van α, met $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$, waarvoor de oppervlakte van rechthoek $ABCD$ maximaal is.

4p **9** Bereken langs algebraïsche weg de maximale oppervlakte van rechthoek $ABCD$.