## Beoordelingsmodel

| Vraag | Antwoord | Scores |
|---|---|---|

## Een exponentiële functie

**1 maximumscore 4**

- $f'(x) = -2e^{-2x}$ 1
- $f'(0) = -2$ 1
- $f(0) = 1$, dus een vergelijking van de raaklijn is $y = -2x + 1$ 1
- De $x$-coördinaat van $B$ is $\frac{1}{2}$ 1

**2 maximumscore 5**

- De oppervlakte van het vlakdeel is gelijk aan $\int_0^p e^{-2x}dx$ 1
- Een primitieve van $e^{-2x}$ is $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}$ 1
- De oppervlakte van het vlakdeel is $-\frac{1}{2}e^{-2p} + \frac{1}{2}$ 1
- $e^{-2p}$ is positief (voor elke positieve waarde van $p$) 1
- Dus $-\frac{1}{2}e^{-2p} + \frac{1}{2}$ is kleiner dan $\frac{1}{2}$ voor elke positieve waarde van $p$ 1

**3 maximumscore 6**

- De beeldgrafiek is de grafiek van een functie $g$ die gedefinieerd is als $g(x) = e^{-2x} - a$ 1
- $e^{-2x} - a = 0$ geeft $-2x = \ln a$ 1
- De $x$-coördinaat van het snijpunt met de $x$-as is $-\frac{1}{2}\ln a$ 1
- De $y$-coördinaat van het snijpunt met de $y$-as is $1 - a$, dus $1 - a = -\frac{1}{2}\ln a$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Het antwoord: $a \approx 0,20$ 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|---|---|---|

## Looptijden

**4 maximumscore 5**

- Bij een gemiddelde snelheid van 5,0 km/uur doet hij 25,2 minuten over de wandeling — 1
- Te berekenen is de kans $P(T < 25{,}2 \mid \mu = 28 \text{ en } \sigma = 2{,}5)$ — 1
- Beschrijven hoe deze kans berekend kan worden — 1
- $P(T < 25{,}2) \approx 0{,}1314$ — 1
- Het antwoord: $7 \cdot 0{,}1314 \approx 0{,}92$ dagen per week (of ongeveer 1 dag per week) — 1

**5 maximumscore 5**

- Bijvoorbeeld $a = 0{,}5$ kiezen geeft de te berekenen kansen $P(v < 4{,}0)$ en $P(v > 5{,}0)$ — 1
- $P(v < 4{,}0) = P(T > 31{,}5 \mid \mu = 28 \text{ en } \sigma = 2{,}5)$ en $P(v > 5{,}0) = P(T < 25{,}2 \mid \mu = 28 \text{ en } \sigma = 2{,}5)$ — 1
- Beschrijven hoe deze kansen berekend kunnen worden — 1
- $P(v < 4{,}0) = P(T > 31{,}5) \approx 0{,}0808$ en $P(v > 5{,}0) = P(T < 25{,}2) \approx 0{,}1314$ — 1
- Deze kansen zijn niet gelijk aan elkaar (dus het vermoeden is niet juist) — 1

## Een zwaartepunt

**6 maximumscore 6**

- $x \cdot (f(x))^2 = x(1 - x^2) = x - x^3$ — 2
- Een primitieve van $x - x^3$ is $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4$ — 1
- $\int_0^1 x \cdot (f(x))^2 \, dx = \frac{1}{4}$ — 1
- $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi$ — 1
- $x_Z = \dfrac{\frac{1}{4}\pi}{\frac{2}{3}\pi} = \frac{3}{8}$ (= 0,375) — 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|---|---|---|

## Rechthoek in ovaal

**7 maximumscore 4**

- $AB = 2\cos\alpha + 2$ en $AD = 2\sin\alpha$ — 2
- De oppervlakte van $ABCD$ is $(2\cos\alpha + 2)\cdot 2\sin\alpha = 4\sin\alpha\cos\alpha + 4\sin\alpha$ — 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$, dus $O = 2\sin 2\alpha + 4\sin\alpha$ — 1

of

- $AD = 2\sin\alpha$, dus de rechthoek binnen het vierkant heeft oppervlakte $4\sin\alpha$ — 2
- De twee rechthoeken aan de zijkanten hebben elk oppervlakte $2\sin\alpha\cos\alpha$ — 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$, dus $O = 2\sin 2\alpha + 4\sin\alpha$ — 1

**8 maximumscore 4**

- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha$ — 2
- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 4(\cos 2\alpha + \cos\alpha) = 4(2\cdot\cos\frac{2\alpha+\alpha}{2}\cdot\cos\frac{2\alpha-\alpha}{2}) = 8\cdot\cos 1\frac{1}{2}\alpha\cdot\cos\frac{1}{2}\alpha$ — 2

**9 maximumscore 4**

- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $\cos 1\frac{1}{2}\alpha = 0$ of $\cos\frac{1}{2}\alpha = 0$ — 1
- $\cos 1\frac{1}{2}\alpha = 0$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $\cos\frac{1}{2}\alpha = 0$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 2
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1

of

- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha = 0$, dus $4(2\cos^2\alpha - 1) + 4\cos\alpha = 0$ — 1
- $8\cos^2\alpha + 4\cos\alpha - 4 = 0$ geeft $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ (of $\cos\alpha = -1$) — 1
- $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $\cos\alpha = -1$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 1
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1

of

- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha = 0$, dus $\cos 2\alpha = -\cos\alpha$ — 1
- $\cos 2\alpha = -\cos\alpha$ geeft $2\alpha = \pi - \alpha + k\cdot 2\pi$ of $2\alpha = \pi + \alpha + k\cdot 2\pi$ — 1
- $2\alpha = \pi - \alpha + k\cdot 2\pi$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $2\alpha = \pi + \alpha + k\cdot 2\pi$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 1
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|---|---|---|

## Een dobbelspel

**10 maximumscore 3**

- K moet met de ene dobbelsteen een stip werpen en met de andere dobbelsteen een A, of omgekeerd 1
- De kans op één van die volgordes is $\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{6}$ 1
- De kans is $2\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{2}{9}$ 1

**11 maximumscore 4**

- Dat kan alleen als L zijn fiche niet kwijt raakt en vervolgens K zijn beide fiches wel kwijt raakt 1
- De kans dat L zijn fiche niet kwijt raakt, is $\frac{4}{6}$ 1
- De kans dat K zijn fiches kwijt raakt, is $\left(\frac{2}{6}\right)^2$ 1
- De gevraagde kans is $\frac{4}{6}\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^2=\frac{2}{27}$ (of ongeveer 0,074) 1

**12 maximumscore 6**

- Het aantal keer $X$ dat K wint, is binomiaal verdeeld met $n$ = 10 en $p=0,43$ 1
- Het aantal keer $Y$ dat L wint, is binomiaal verdeeld met $n$ = 10 en $p=0,57$ 1
- Beschrijven hoe P( $X\geq 7$) en P( $Y\geq 7$) met de GR kunnen worden berekend 1
- P( $X\geq 7$) ≈ 0,0806 1
- P( $Y\geq 7$) ≈ 0,3102 1
- De kans dat een van de spelers minstens 7 keer wint, is ongeveer $0,0806+0,3102\approx 0,39$ 1

of

- P(K of L wint minstens 7 keer) = P(K wint minstens 7 keer) + P(K wint hoogstens 3 keer) 2
- De gevraagde kans is $1-(\mathrm{P}(X=4)+\mathrm{P}(X=5)+\mathrm{P}(X=6))$, waarbij $X$ binomiaal verdeeld is met $n$ = 10 en $p$ = 0,43 (of $p$ = 0,57) 2
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden 1
- De gevraagde kans is ongeveer 0,39 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|---|---|---|

## Dozen met vaste inhoud

**13 maximumscore 6**

- De bodem is $15,0-2x$ bij $15,0-2x$ — 1
- De inhoud is $x(15,0-2x)^2$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $x(15,0-2x)^2=100$ opgelost kan worden — 1
- $x\approx 0,51$ of $x\approx 5,34$ — 2
- De lengte is ongeveer $15,0+15,0-0,51\approx 29,5$ (dm) of ongeveer $15,0+15,0-5,34\approx 24,7$ (dm) — 1

**14 maximumscore 3**

- De bodem is $b-2x$ bij $b-2x$ — 1
- De inhoud is $x(b-2x)^2$ — 1
- Uit $x(b-2x)^2=100$ volgt $(b-2x)^2=\dfrac{100}{x}$ — 1

**15 maximumscore 5**

- De lengte van de rechthoek is $2b-x$ — 1
- $A=b(2b-x)$ — 1
- $A=\left(2x+\dfrac{10}{\sqrt{x}}\right)\left(3x+\dfrac{20}{\sqrt{x}}\right)$ — 1
- Herleiden tot $A=6x^2+70\sqrt{x}+\dfrac{200}{x}$ — 2

of

- $b=2x+\dfrac{10}{\sqrt{x}}$, dus de breedte van de doos is $\dfrac{10}{\sqrt{x}}$ — 2
- $A=\left(2x+\dfrac{10}{\sqrt{x}}\right)\left(3x+\dfrac{20}{\sqrt{x}}\right)$ — 1
- Herleiden tot $A=6x^2+70\sqrt{x}+\dfrac{200}{x}$ — 2

**16 maximumscore 4**

- Beschrijven hoe berekend kan worden voor welke waarde van $x$ $A$ minimaal is — 1
- $x\approx 2,02$ — 1
- De breedte van het karton is ongeveer 11,1 dm — 1
- De lengte van het karton is ongeveer 20,1 dm — 1

| Vraag | Antwoord | Scores |
|---|---|---|

## File

**17 maximumscore 6**

- Het tijdstip van botsing is een oplossing van de vergelijking $300+0,40t^2=25t$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- De oplossing van de vergelijking is $t\approx 16,2$ (of $t\approx 46,3$) — 1
- De snelheid van auto F is $s_F'(t)=0,80t$ (of beschrijven hoe met de GR de snelheid van auto F op tijdstip $t\approx 16,2$ berekend kan worden) — 1
- De snelheid van auto F op tijdstip $t\approx 16,2$ is ongeveer 13 (m/s) — 1
- Het snelheidsverschil is dan ongeveer 12 (m/s) — 1

**18 maximumscore 4**

- De grafiek van $s_A$ raakt in het grensgeval aan de grafiek van $s_F$ — 1
- Beschrijven hoe (met de GR) de geschikte beginwaarde van de grafiek van $s_A$ gevonden kan worden — 2
- Het antwoord: minstens 400 (m) — 1

of

- Op het moment van aansluiten geldt: $0,80t=25$ — 1
- Dit geeft $t=31,25$ — 1
- Voor de minimale afstand $b$ geldt: $b+0,40\cdot 31,25^2=25\cdot 31,25$ — 1
- $b=390,625$, dus de afstand moet minstens 400 (m) zijn — 1

of

- De grafiek van $s_A$ raakt in het grensgeval aan de grafiek van $s_F$ (met $s_F(t)=b+0,40t^2$) — 1
- Van de vergelijking $0,40t^2-25t+b=0$ is in dit geval de discriminant $D$ gelijk aan 0 — 1
- $D=625-1,60b$ — 1
- $D=0$ geeft $b=390,625$, dus de afstand moet minstens 400 (m) zijn — 1

*Opmerking*
*Als het antwoord “minstens 390 (m)” is gegeven, hiervoor geen punten aftrekken.*