Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Landing

1 maximumscore 4

- $y' = -4,8 \cdot 10^{-3} \cdot x + 4,8 \cdot 10^{-5} \cdot x^2$ — 2
- $y'(0) = 0$ (dus in (0, 8) heeft het vliegtuig een horizontale bewegingsrichting) — 1
- $y'(100) = -0,48 + 0,48 = 0$ (dus in (100, 0) is dit ook het geval) — 1

2 maximumscore 3

- $y = 8 - 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot (500t)^2 + 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot (500t)^3$ — 1
- $y = 8 - 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot 500^2 \cdot t^2 + 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot 500^3 \cdot t^3$ — 1
- Herleiden tot $y = 8 - 600 \cdot t^2 + 2000 \cdot t^3$ — 1

3 maximumscore 4

- $y'(t) = -1200t + 6000t^2$ — 1
- $y''(t) = -1200 + 12000t$ — 1
- Op het interval [0; 0,2] neemt $y''(t)$ toe van −1200 tot 1200 (dus aan de eis is voldaan) — 2

Vraag	Antwoord	Scores

Schijn bedriegt

4 maximumscore 4

- Men ontvangt 2 euro bij het trekken van twee witte en één zwarte bal 1
- De kans op bijvoorbeeld WWZ is $\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5}=\frac{6}{35}$ 2
- De kans op 2 euro is $3\cdot\frac{6}{35}=\frac{18}{35}$ 1

of

- Het aantal mogelijke drietallen uit de vaas is $\binom{7}{3}$ 1
- Het aantal mogelijke drietallen met 2 witte en 1 zwarte bal is $\binom{4}{2}\cdot\binom{3}{1}$ 1
- De kans op 2 euro is $\dfrac{\binom{4}{2}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{7}{3}}$ 1
- Dit is gelijk aan $\frac{6\cdot 3}{35}=\frac{18}{35}$ 1

5 maximumscore 4

- Om winst te maken moet de speler 2 of 3 euro ontvangen; de kans daarop is $\frac{18}{35}+\frac{4}{35}=\frac{22}{35}$ 1
- Het aantal keren X dat hij winst maakt is binomiaal verdeeld met n = 16 en p = $\frac{22}{35}$ 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 10)$ berekend kan worden 1
- De gevraagde kans is (ongeveer) 0,62 1

6 maximumscore 4

- Om te weten wat er op den duur gebeurt, kun je de verwachtingswaarde van het uit te keren bedrag per spel berekenen 1
- Die verwachtingswaarde is $\frac{1}{35}\cdot 0+\frac{12}{35}\cdot 1+\frac{18}{35}\cdot 2+\frac{4}{35}\cdot 3\approx 1{,}714$ 2
- Dit is minder dan de inzet, dus het casino zal op den duur winst maken 1

of

- Om te weten wat er op den duur gebeurt, kun je de verwachtingswaarde van het uit te keren bedrag per spel berekenen 1
- Het te verwachten bedrag bij een greep van één bal is $\frac{4}{7}$ 1
- Het te verwachten bedrag bij een greep van drie ballen is $3\cdot\frac{4}{7}\approx 1{,}714$ 1
- Dit is minder dan de inzet, dus het casino zal op den duur winst maken 1

Vraag	Antwoord	Scores

Een achtkromme

7 **maximumscore 5**

- In een punt met een horizontale raaklijn geldt: $\sin 2t = 1$ (of $\sin 2t = -1$) 2
- Dit is bijvoorbeeld zo als $t = \frac{1}{4}\pi$ (of $t \approx 0,7854$) 1
- Het bijbehorende punt is ($\sqrt{2}$, 1) (of ongeveer (1,414; 1)) 1
- De oppervlakte is $4\sqrt{2} \approx 5,7$ 1

of

- In de punten met een horizontale raaklijn geldt: $y'(t) = 0$ dus $2\cos 2t = 0$ 2
- Dit is bijvoorbeeld zo als $t = \frac{1}{4}\pi$ (of $t \approx 0,7854$) 1
- Het bijbehorende punt is ($\sqrt{2}$, 1) (of ongeveer (1,414; 1)) 1
- De oppervlakte is $4\sqrt{2} \approx 5,7$ 1

8 **maximumscore 4**

- $y = \frac{1}{2}$ (en $x > 0$) geeft $t = \frac{1}{12}\pi$ ($\approx 0,2618$) of $t = \frac{5}{12}\pi$ ($\approx 1,3090$) 2
- $x(\frac{1}{12}\pi) \approx 1,9319$ en $x(\frac{5}{12}\pi) \approx 0,5176$ 1
- De afstand tussen de punten is (ongeveer) 1,4 1

9 **maximumscore 5**

- $x'(t) = -2\sin t$ 1
- $y'(t) = 2\cos 2t$ 1
- De lengte is $\int_0^{2\pi} \sqrt{(-2\sin t)^2 + (2\cos 2t)^2}\,dt$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal berekend kan worden 1
- De lengte is (ongeveer) 12,2 1

Vraag	Antwoord	Scores

Heupoperaties

10 maximumscore 3

• Het aantal infectiegevallen X is binomiaal verdeeld met n = 154 en p = 0,05	1
• Beschrijven hoe P($X \leq 2$) berekend kan worden	1
• De kans is (ongeveer) 0,02 (of ongeveer 2%)	1

11 maximumscore 4

• Gezocht wordt de waarde van p waarvoor de binomiale kans P($X \leq 2$) bij n = 154 gelijk is aan 0,05	2
• Beschrijven hoe deze waarde van p gevonden kan worden	1
• $p \approx 0{,}04$	1

12 maximumscore 6

• Er is hier sprake van een eenzijdige toets met H_0: $\mu_G = 4{,}5$ en H_1: $\mu_G < 4{,}5$ (waarbij G de gemiddelde verpleegduur in dagen van 100 patiënten is)	1
• $\sigma_G = \frac{1{,}8}{\sqrt{100}} = 0{,}18$	1
• Te berekenen is $P(G \leq 4{,}1 \mid \mu = 4{,}5 \text{ en } \sigma = 0{,}18)$	1
• Beschrijven hoe deze kans berekend kan worden	1
• Deze kans is ongeveer 0,0131	1
• 0,0131 < 0,05, dus de zorgverzekeraar krijgt gelijk	1

of

• Er is hier sprake van een eenzijdige toets met H_0: $\mu_G = 4{,}5$ en H_1: $\mu_G < 4{,}5$ (waarbij G de gemiddelde verpleegduur in dagen van 100 patiënten is)	1
• $\sigma_G = \frac{1{,}8}{\sqrt{100}} = 0{,}18$	1
• Voor de grens g van het kritieke gebied geldt: $P(G \leq g \mid \mu = 4{,}5 \text{ en } \sigma = 0{,}18) = 0{,}05$	1
• Beschrijven hoe g berekend kan worden	1
• $g \approx 4{,}2$	1
• 4,1 < 4,2, dus de zorgverzekeraar krijgt gelijk	1

Vraag	Antwoord	Scores

Stangenvlinders

13 maximumscore 6

- In de linker vet getekende driehoek geldt: $h^2 = 10^2 - \left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x\right)^2$ — 1
- Hieruit volgt $h^2 = 100 - \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}x^2$ — 1
- In de rechter vet getekende driehoek geldt: $h^2 = 18^2 - \left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}x\right)^2$ — 1
- Hieruit volgt $h^2 = 324 - \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}x^2$ — 1
- $100 - \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}x^2 = 324 - \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}x^2$ geeft $xy = 224$ — 1
- Dus $y = \dfrac{224}{x}$ — 1

14 maximumscore 4

- De bij y = 17,5 behorende waarde van x is 12,8 — 1
- $\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x = 2{,}35$ (of $\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}x = 15{,}15$) — 1
- $h^2 = 10^2 - 2{,}35^2 \approx 94{,}48$ (of $h^2 = 18^2 - 15{,}15^2 \approx 94{,}48$) — 1
- De breedte van de bodem van het doosje is (ongeveer) 9,7 (cm) — 1

15 maximumscore 5

- De lengte van het elastiek is 20 + x + y — 1
- Dit is gelijk aan $20 + x + \dfrac{224}{x}$ — 1
- De afgeleide van de lengte is $1 - \dfrac{224}{x^2}$ — 1
- Het nulpunt van de afgeleide binnen het domein is $\sqrt{224}$ dus $x = \sqrt{224}$ — 1
- $y = \dfrac{224}{\sqrt{224}} = \sqrt{224}$ (dus de hoekpunten van de (symmetrische) stangenvlinder vormen een rechthoek) — 1

of

- $\left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}x\right)^2 = 18^2 - h^2$ met $0 \le h \le 10$ — 1
- 20 + x + y is minimaal als $\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}x$ minimaal is — 1
- $18^2 - h^2$ is minimaal als h maximaal is — 1
- Dit is het geval voor h = 10 — 1
- In dit geval vormen de hoekpunten van de stangenvlinder een rechthoek — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Vier vragen over $f(x) = \ln x$

16 maximumscore 3

- $\ln x = \frac{1}{2}$ geeft $x = e^{\frac{1}{2}}$ — 1
- Het antwoord: $0 < x \le e^{\frac{1}{2}}$ (of $0 < x \le \sqrt{e}$) — 2

17 maximumscore 3

- $f'(x) = \frac{1}{x}$, dus de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in E is gelijk aan $f'(e) = \frac{1}{e}$ — 1
- De raaklijn in E heeft dus vergelijking $y = \frac{1}{e}x + b$, voor zeker getal b — 1
- $1 = \frac{1}{e} \cdot e + b$ geeft $b = 0$ (dus de raaklijn gaat door O) — 1

of

- $f'(x) = \frac{1}{x}$, dus de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in E is gelijk aan $f'(e) = \frac{1}{e}$ — 1
- De raaklijn in E heeft dus vergelijking $y = 1 + \frac{1}{e}(x - e)$ — 1
- $0 = 1 + \frac{1}{e}(0 - e)$ (dus de raaklijn gaat door O) — 1

of

- $f'(x) = \frac{1}{x}$, dus de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in E is gelijk aan $f'(e) = \frac{1}{e}$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van lijn OE is $\frac{1-0}{e-0} = \frac{1}{e}$ — 1
- De raaklijn valt samen met OE (en gaat dus door O) — 1

18 maximumscore 4

- De gevraagde oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot e \cdot 1 - \int_1^e \ln x \, dx$ — 2
- Dit is gelijk aan $\frac{1}{2}e - ((e \cdot \ln e - e) - (1 \cdot \ln 1 - 1))$ — 1
- De oppervlakte is dus $\frac{1}{2}e - 1$ — 1

19 maximumscore 6

- De oppervlakte van de rechthoek is $x \cdot -\ln x$ — 1
- De afgeleide hiervan is $-\ln x - 1$ — 2
- $-\ln x - 1 = 0$ geeft $x = e^{-1}$ $(= \frac{1}{e})$ — 2
- De maximale oppervlakte is $e^{-1} \cdot -\ln e^{-1} = e^{-1}$ $(= \frac{1}{e})$ — 1