

## 4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Podiumverlichting

**1 maximumscore 3**

- $\sin \alpha = \frac{x}{r}$  1
- $V = 650 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{x}{r} = \frac{650x}{r^2}$  1
- $r^2 = 9 + x^2$  invullen geeft  $V = \frac{650x}{9 + x^2}$  1

of

- $\sin \alpha = \frac{x}{r}$  1
- $r = \sqrt{9 + x^2}$  1
- $V = 650 \cdot \frac{1}{\sqrt{9 + x^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{9 + x^2}} = \frac{650x}{9 + x^2}$  1

**2 maximumscore 5**

- $\frac{650x}{9 + x^2} = 100$  geeft  $x^2 - 6,5x + 9 = 0$  2
- $(x - 2)(x - 4,5) = 0$  (of de abc-formule gebruiken of kwadraat afsplitsen) 1
- De oplossingen  $x = 2$  en  $x = 4,5$  1
- De hoogte moet minstens 2 meter en hoogstens 4,5 meter zijn 1

**3 maximumscore 6**

- $V' = \frac{650(9 + x^2) - 650x \cdot 2x}{(9 + x^2)^2}$  2
- Als  $V$  maximaal is, is  $V'$  gelijk aan 0 1
- $V' = 0$  geeft  $x^2 = 9$  2
- De hoogte is 3 meter 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Een familie parabolen

### 4 maximumscore 4

- De oppervlakte is  $\int_0^2 3(2x - x^2) dx - \int_0^2 2(2x - x^2) dx$  1

- Dit is gelijk aan  $\int_0^2 (2x - x^2) dx$  1

- Een primitieve van  $2x - x^2$  is  $x^2 - \frac{1}{3}x^3$  1

- De oppervlakte is  $1\frac{1}{3}$  1

of

- De oppervlakte onder  $p_3$  is  $\int_0^2 3(2x - x^2) dx = \left[ 3x^2 - x^3 \right]_0^2 = 4$  2

- De oppervlakte onder  $p_2$  is  $\int_0^2 2(2x - x^2) dx = \frac{2}{3} \cdot 4$  1

- De gevraagde oppervlakte is  $4 - \frac{2}{3} \cdot 4 = 1\frac{1}{3}$  1

*Opmerking*

*Als eerst de oppervlakte onder  $p_2$  berekend is en daarna die onder  $p_3$ , dan voor de eerste oppervlakte 2 punten toekennen en voor de tweede oppervlakte 1 punt.*

Vraag	Antwoord	Scores
<b>5</b>	<b>maximumscore 5</b>	
	• $n(2x - x^2) = x$	1
	• $x = 1,99$ invullen geeft $0,0199n = 1,99$	2
	• Hieruit volgt $n = 100$	1
	• Het antwoord $n > 100$	1
	of	
	• Beschrijven hoe de $x$ -coördinaat van $S_n$ voor verschillende waarden van $n$ met de GR berekend kan worden	2
	• De $x$ -coördinaat van $S_{100}$ is $1,99$	2
	• Het antwoord $n > 100$	1
	of	
	• $n(2x - x^2) = x$	1
	• $n(2 - x) = 1$ (of $x = 0$ )	1
	• $x = 2 - \frac{1}{n}$	1
	• Beschrijven hoe de ongelijkheid $2 - \frac{1}{n} > 1,99$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	1
	• Het antwoord $n > 100$	1
	of	
	• $n(2x - x^2) = x$	1
	• $nx^2 - 2nx + x = 0$ , dus $x(nx - 2n + 1) = 0$	1
	• ( $x = 0$ of) $x = \frac{2n-1}{n}$	1
	• Beschrijven hoe de ongelijkheid $\frac{2n-1}{n} > 1,99$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	1
	• Het antwoord $n > 100$	1
<b>6</b>	<b>maximumscore 5</b>	
	• $\frac{dy}{dx} = n(2 - 2x)$	1
	• De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in $(0, 0)$ is $2n$	1
	• $R_n = (1, 2n)$	1
	• De top van $p_n$ is $(1, n)$	1
	• $n$ is de helft van $2n$ , dus $T_n$ is het midden van $AR_n$	1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Twee koplampen

### 7 maximumscore 3

- Beschrijven hoe  $P(X < 2100 \mid \mu = 2500 \text{ en } \sigma = 450)$  met de GR berekend kan worden 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,187 1
- De gevraagde kans is (ongeveer)  $0,187^2 \approx 0,035$  1

### 8 maximumscore 4

- De gevraagde kans is  $P(-20 < V < 20 \mid \mu = 0 \text{ en } \sigma = 450\sqrt{2})$  2
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,025 1

## Brievenweger

### 9 maximumscore 3

- De draaihoek is ongeveer  $30^\circ$  1
- $\alpha \approx \frac{1}{6}\pi$  1
- Invullen geeft  $y \approx 36$  1

of

- De draaihoek is ongeveer  $30^\circ$  1
- $\frac{1}{4}\pi \text{ rad} = 45^\circ$  1
- $y \approx 70 \frac{\sin(30^\circ)}{\sin(30^\circ + 45^\circ)} \approx 36$  1

*Opmerking*

*Als gewerkt wordt met  $\sin(30^\circ + \frac{1}{4}\pi)$ , maximaal 1 punt toekennen.*

### 10 maximumscore 4

- $70 \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = 70$ , dus  $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin \alpha$  1
- $\alpha + \frac{1}{4}\pi = \pi - \alpha$  2
- $\alpha = \frac{3}{8}\pi$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**11 maximumscore 4**

- $\frac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \frac{\cos \alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$  2
- $\cos \alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)$  1
- $\frac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \frac{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \frac{70 \sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$  1

of

- $\frac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \frac{\cos \alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$  2
- $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin \alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) + \cos \alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$  en  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \cos \alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) - \sin \alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$  invullen 1
- Dit geeft  $\frac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \frac{\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \frac{70 \sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$  1

**12 maximumscore 3**

- $\frac{dy}{d\alpha}$  is minimaal als  $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$  maximaal is 1
- $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$  is maximaal als  $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 1$  1
- Dit is het geval als  $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0,79$  1

of

- Beschrijven hoe met de GR de waarde van  $\alpha$  gevonden kan worden waarvoor  $\frac{70 \sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$  minimaal is 2
- $\alpha \approx 0,79$  1

of

- $\frac{d}{d\alpha} \left( \frac{70 \sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} \right) = 70 \sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \frac{-2 \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^3(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$  1
- Voor de gezochte waarde van  $\alpha$  is  $\frac{d}{d\alpha} \left( \frac{70 \sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} \right)$  gelijk aan 0, dus  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 0$  1
- Dit is het geval als  $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0,79$  1

*Opmerking*

*Gezien de context is het niet nodig aan te tonen dat de extreme waarde een minimum is.*

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Krasbal

### 13 maximumscore 4

- Het aantal verschillende speelvelden is  $\binom{8}{4}$  1
- Het aantal verschillende scoringsvelden is  $\binom{4}{2}$  1
- Het aantal verschillende krasbalkaarten is  $\binom{8}{4} \cdot \binom{4}{2}$  1
- Dit is  $70 \cdot 6 = 420$  1

### 14 maximumscore 4

- De kortste wedstrijd is PD; deze heeft lengte 2 1
- Een langste wedstrijd is bijvoorbeeld VVVVPMPMPD 2
- De grootste lengte is 10 1

### 15 maximumscore 4

- De wedstrijden met lengte 4 zijn VVPD en PMPD 1
- De kans op VVPD is  $\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4}$  1
- De kans op PMPD is  $\frac{4}{8} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$  1
- Het antwoord  $\frac{1}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1}{7}$  (of ongeveer 0,14) 1

### 16 maximumscore 4

- Veronderstel dat Ruud eerlijk speelt, dus met kans  $\frac{1}{2}$  als eerste vakje een P open krast 1
- Het aantal keren  $X$  dat Ruud als eerste een vakje P open krast is dan binomiaal verdeeld met  $n = 10$  en  $p = \frac{1}{2}$  1
- Beschrijven hoe  $P(X \geq 8 \mid n = 10 \text{ en } p = \frac{1}{2})$  met de GR berekend kan worden 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,055 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**De functie  $f(x) = e^x$**

**17 maximumscore 4**

- De oppervlakte is  $1 \cdot e^{a+1} - \int_a^{a+1} e^x dx$  1
- $\int_a^{a+1} e^x dx = e^{a+1} - e^a$  1
- De oppervlakte is  $e^{a+1} - (e^{a+1} - e^a) = e^a$  1
- $e^a = 3$  dus  $a = \ln 3$  1

of

- De oppervlakte is  $\int_a^{a+1} (e^{a+1} - e^x) dx$  1
- Een primitieve is  $e^{a+1} \cdot x - e^x$  1
- De oppervlakte is  $e^{a+1}(a+1) - e^{a+1} - (e^{a+1} \cdot a - e^a) = e^a$  1
- $e^a = 3$  dus  $a = \ln 3$  1

**18 maximumscore 4**

- De richtingscoëfficiënt van  $AB$  is  $\frac{e^{a+1} - e^a}{a+1 - a} (= e^{a+1} - e^a)$  2
- Beschrijven hoe de vergelijking  $e^{a+1} - e^a = 1$  met de GR of algebraïsch opgelost kan worden 1
- Het antwoord:  $a < -0,54$  1

**19 maximumscore 4**

- De lengte is  $\int_1^2 \sqrt{1 + (e^x)^2} dx$  2
- Beschrijven hoe deze integraal met de GR kan worden berekend 1
- Het antwoord: ongeveer 4,79 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**20 maximumscore 5**

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van  $f$  heeft inhoud  $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x} dx$  1
  - Beschrijven hoe deze integraal met een primitieve of met de GR berekend kan worden 1
  - Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van  $f$  heeft inhoud  $\frac{1}{2} \pi(e^2 - 1)$  (of ongeveer 10) 1
  - Het omwentelingslichaam van de hele rechthoek heeft inhoud  $\pi \cdot e^2 \cdot 1$  ( $\approx 23$ ) 1
  - $\frac{1}{2} \pi(e^2 - 1)$  is niet de helft van  $\pi e^2$  (of 10 is niet de helft van 23), dus de twee omwentelingslichamen hebben niet dezelfde inhoud 1
- of
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van  $f$  heeft inhoud  $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x} dx$  1
  - Beschrijven hoe deze integraal met een primitieve of met de GR berekend kan worden 1
  - Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van  $f$  heeft inhoud  $\frac{1}{2} \pi(e^2 - 1)$  (of ongeveer 10) 1
  - Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn  $y = e$  en de grafiek van  $f$  heeft inhoud  $\pi \int_0^1 (e^2 - e^{2x}) dx$  1
  - De inhoud van dit omwentelingslichaam is  $\frac{1}{2} \pi(e^2 + 1)$  (of ongeveer 13), dus de twee omwentelingslichamen hebben niet dezelfde inhoud 1

*Opmerking*

Als  $\pi \int_0^1 (e - e^x)^2 dx$  is berekend, maximaal 3 punten toekennen.