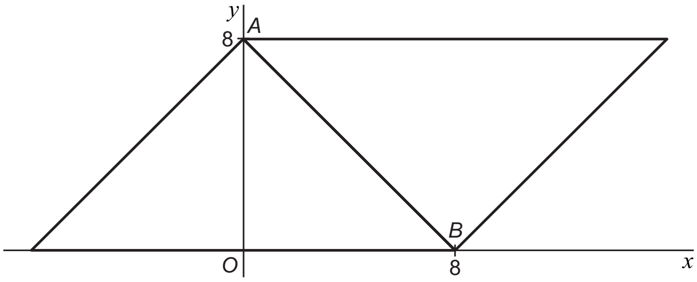
Bedekken

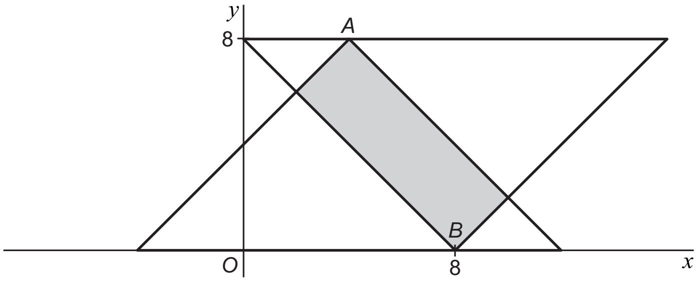
Een geodriehoek is een gelijkbenige rechthoekige driehoek. We plaatsen twee geodriehoeken met een lange zijde van 16 cm in een rechthoekig assenstelsel met eenheid 1 cm op de manier die in figuur 2 (verkleind) is getekend.
De top A van de linker driehoek heeft de coördinaten (0, 8).
De top B van de rechter driehoek heeft de coördinaten (8, 0).

figuur 2



De linker driehoek begint op tijdstip t = 0 naar rechts te schuiven over de rechter driehoek met een snelheid van 1 cm/s. Daarbij wordt een gedeelte van de rechter driehoek door de linker driehoek bedekt. De tijd t wordt gemeten in seconden.
In figuur 3 is de situatie voor een zeker tijdstip t getekend.
Punt A heeft dan de coördinaten (t, 8). Het bedekte gebied is grijs gekleurd.

figuur 3



De afstand in cm tussen A en B op tijdstip t noemen we $a(t)$.
Er geldt: $a(t) \,|\, \sqrt{128\;4\;16t\;2\;t^2}$.

3p **6** ☐ Toon dit aan.

Het bedekte gebied op een tijdstip t tussen 0 en 16 is een rechthoek. De oppervlakte in cm^2 van deze rechthoek noemen we $G(t)$. De zijden van de rechthoek zijn ook rechthoekszijden van gelijkbenige rechthoekige driehoeken met lange zijden t en 16 4 t.

Er geldt: $G(t) \,|\, 4\,\frac{1}{2}t^2\;2\;8t$.

4p **7** ☐ Toon dit aan.

De oppervlakte G van het bedekte gebied neemt eerst toe en later af. De afstand a tussen A en B neemt eerst af en later toe.

5p **8** ☐ Leid met behulp van differentiëren uit de formules voor $G(t)$ en $a(t)$ af dat G en a op hetzelfde tijdstip hun uiterste waarde bereiken.

De oppervlakte G kan ook uitgedrukt worden in a.
Er geldt: $G \,|\, c\,4\,\frac{1}{2}a^2$ waarbij $8\;\Omega a\;\{\;\sqrt{128}$.

4p **9** ☐ Bereken c.