Eindexamen wiskunde B1 vwo 2006-II

4 Beoordelingsmodel

	Antwoorden	Deel-scores
	Drinkbak	
	Maximumscore 4	
1 ☐	• $f'(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 4x$	2
	• aantonen dat $f'(0) = 0$ en $f'(4) = 0$	2
	Maximumscore 3	
2 ☐	• (Vanwege de symmetrie geldt:) de waterspiegel loopt van $x = 0{,}8$ tot $x = 3{,}2$	2
	• $x = 0{,}8$ geeft $y \approx 1{,}2$ dus de waterhoogte is ongeveer 1,2 dm	1
	Maximumscore 6	
3 ☐	• De inhoud van de bak is de oppervlakte van de voorkant maal de lengte van de goot	1
	• De oppervlakte van de voorkant is $\int_0^4 (2 - f(x))\mathrm{d}x$ (of $8 - \int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$)	2
	• beschrijven hoe deze integraal met de GR of algebraïsch berekend kan worden	1
	• De oppervlakte van de voorkant is ongeveer 4,27 (dm^2) (of $\frac{64}{15}$ dm^2)	1
	• De inhoud van de bak is ongeveer 85 liter	1
	Maximumscore 5	
4 ☐	• De oppervlakte van de plaat is de lengte van de grafiek van f maal de lengte van de goot	1
	• De lengte van de grafiek van f is $\int_0^4 \sqrt{1 + (-\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 4x)^2}\,\mathrm{d}x$	1
	• beschrijven hoe deze integraal met de GR berekend kan worden	1
	• De lengte van de grafiek van f is ongeveer 5,84 (dm)	1
	• De oppervlakte van de plaat is ongeveer 117 dm^2	1

	Antwoorden	Deel-scores
	Parkeertarief	
	Maximumscore 4	
5 □	• De parkeertijd X is normaal verdeeld met $\mu = 2{,}5$ en $\sigma = \frac{1}{6}\sqrt{2{,}5}\,(\approx 0{,}2635)$	1
	• Gevraagd wordt de kans dat X tussen 2 en 2,25 ligt	1
	• beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden	1
	• De kans is ongeveer 0,14	1
	Maximumscore 5	
6 □	• Gezocht wordt de waarde van g waarvoor $P(X > g) = 0{,}05$ met X normaal verdeeld met $\mu = 2{,}5$ en $\sigma \approx 0{,}2635$	2
	• beschrijven hoe g met tabel of GR berekend kan worden	1
	• $g \approx 2{,}93$ uur	1
	• Anneke moet ten minste $12 \cdot$ € 0,30 = € 3,60 in de meter doen	1
	of	
	• Gezocht wordt de kleinste waarde van g waarvoor $P(X > g) < 0{,}05$ met X is normaal verdeeld met $\mu = 2{,}5$ en $\sigma \approx 0{,}2635$ (en g is een veelvoud van 0,25)	2
	• $P(X > 2{,}75) \approx 0{,}1714$ en $P(X > 3) \approx 0{,}0289$	2
	• Anneke moet ten minste $12 \cdot$ € 0,30 = € 3,60 in de meter doen	1
	Maximumscore 4	
7 □	• Per uur controle is de kans op geen boete voor Anneke $1 - 0{,}16 = 0{,}84$	1
	• De kans is $0{,}16 + 0{,}84 \cdot 0{,}16 + 0{,}84^2 \cdot 0{,}16$	2
	• De kans is ongeveer 0,41	1
	of	
	• Per uur controle is de kans op geen boete voor Anneke $1 - 0{,}16 = 0{,}84$	1
	• De kans is $1 - 0{,}84^3$	2
	• De kans is ongeveer 0,41	1
	Snijden en schuiven	
	Maximumscore 5	
8 □	• beschrijven hoe de vergelijking $f(x) = g(x)$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	1
	• de oplossing: $x = 0$ of $x = 3^{\frac{2}{3}}$ (of $x \approx 2{,}08$)	1
	• De oppervlakte is $\int_0^{3^{\frac{2}{3}}} (3\sqrt{x} - x^2)\,\mathrm{d}x$	1
	• beschrijven hoe deze integraal algebraïsch of met de GR berekend kan worden	1
	• het antwoord 3	1
	Maximumscore 4	
9 □	• Er moet gelden $g(a) = 2f(a)$	1
	• Dit geeft de vergelijking $3\sqrt{a} = 2a^2$	1
	• beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch opgelost kan worden	1
	• het antwoord $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$	1

	Antwoorden	Deel-scores
	Maximumscore 6	
10 ☐	• $f'(x) = 2x$ en $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$	1
	• Na schuiven geldt in het raakpunt $f'(x) = g'(x)$	1
	• beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	1
	• de oplossing $x = \sqrt[3]{\frac{9}{16}}$ (of $x \approx 0{,}825$)	1
	• De grafiek is dan $g(\sqrt[3]{\frac{9}{16}}) - f(\sqrt[3]{\frac{9}{16}}) \approx 2{,}04$ omhoog geschoven	2

α-baan

	Antwoorden	Deel-scores
	Maximumscore 4	
11 ☐	• Op het eerste tijdstip na $t = 0$ waarop P even ver ligt van beide assen geldt $y = -x$	1
	• Gezocht wordt de kleinste positieve oplossing van $\cos 3t = -\cos 2t$	1
	• beschrijven hoe deze oplossing algebraïsch of met de GR gevonden kan worden	1
	• Het eerste tijdstip is $t = \frac{1}{5}\pi$ (of $t \approx 0{,}63$)	1
	Opmerking *Als cos 3t = cos 2t is opgelost maximaal 2 punten toekennen.*	
	Maximumscore 4	
12 ☐	• P passeert de lijn $y = \frac{1}{2}$ als $\cos 3t = \frac{1}{2}$	1
	• $\cos 3t = \frac{1}{2}$ geeft de waarden $\frac{1}{9}\pi, \frac{5}{9}\pi, \frac{7}{9}\pi$ (of afgeronde waarden)	1
	• P bevindt zich boven de lijn $y = \frac{1}{2}$ als $0 \le t < \frac{1}{9}\pi$ en als $\frac{5}{9}\pi < t < \frac{7}{9}\pi$ (of afgeronde waarden)	1
	• De totale tijd dat P zich boven de lijn $y = \frac{1}{2}$ bevindt, is $\frac{1}{9}\pi + \frac{2}{9}\pi = \frac{1}{3}\pi$ (of ongeveer 1,047)	1
	Maximumscore 5	
13 ☐	• $x'(t) = -2\sin 2t$	1
	• $y'(t) = -3\sin 3t$	1
	• De snelheid op tijdstip t is $\sqrt{(-2\sin 2t)^2 + (-3\sin 3t)^2}$	1
	• beschrijven hoe met de GR onderzocht kan worden of de snelheid bij $t = \frac{1}{2}\pi$ het grootst is	1
	• de conclusie: dit is niet het geval	1

	Antwoorden	Deel-scores
	Levensduur van chips	
	Maximumscore 4	
14 ☐	• Er moet gelden: $1{,}1\cdot 10^{-10}\cdot \mathrm{e}^{\frac{a}{373}} = 0{,}1$	1
	• beschrijven hoe de oplossing van deze vergelijking algebraïsch of met de GR gevonden kan worden	1
	• $a \approx 7694$	1
	• $1{,}1\cdot 10^{-10}\cdot \mathrm{e}^{\frac{7694}{293}} \approx 28$ (jaar)	1
	Maximumscore 4	
15 ☐	• $g'(T) = 1{,}1\cdot 10^{-10}\cdot \mathrm{e}^{\frac{7700}{T}} \cdot \dfrac{-7700}{T^2}$	2
	• $g'(293) \approx -2{,}6$ (jaar/kelvin)	2
	Maximumscore 4	
16 ☐	• beschrijven hoe $P(X < 5 \mid \mu = 8{,}0$ en $\sigma = 2{,}0)$ met de GR berekend kan worden, waarbij X de levensduur in jaren is van een chip van type B	1
	• $P(X < 5) \approx 0{,}0668$	1
	• Het verwachte aantal is $500\cdot 0{,}0668$	1
	• Naar verwachting zullen 33 chips binnen 5 jaar stuk gaan	1
	Maximumscore 5	
17 ☐	• Er is sprake van een eenzijdige toets met H_0: $\mu = 8{,}0$ en H_1: $\mu < 8{,}0$	1
	• De overschrijdingskans is $P(G \le 7{,}2 \mid \mu = 8{,}0$ en $\sigma = \frac{2{,}0}{\sqrt{50}})$, waarbij G het steekproefgemiddelde is	1
	• beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden	1
	• $P(G \le 7{,}2) \approx 0{,}002$	1
	• $0{,}002 < 0{,}01$ dus de uitkomst geeft voldoende aanleiding om de nulhypothese te verwerpen	1
	of	
	• Er is sprake van een eenzijdige toets met H_0: $\mu = 8{,}0$ en H_1: $\mu < 8{,}0$	1
	• Voor de grens g van het kritieke gebied geldt $P(G \le g \mid \mu = 8{,}0$ en $\sigma = \frac{2{,}0}{\sqrt{50}}) = 0{,}01$, waarbij G het steekproefgemiddelde is	1
	• beschrijven hoe g met de GR berekend kan worden	1
	• $g \approx 7{,}34$	1
	• $7{,}34 > 7{,}2$ dus de uitkomst geeft voldoende aanleiding om de nulhypothese te verwerpen	1
	of	
	• Er is sprake van een eenzijdige toets met H_0: $\mu = 8{,}0$ en H_1: $\mu < 8{,}0$	1
	• $\Phi(z) = 0{,}01$ geeft $z \approx -2{,}33$	1
	• Voor de grens van het kritieke gebied geldt $\dfrac{g - 8{,}0}{\frac{2{,}0}{\sqrt{50}}} = -2{,}33$	1
	• $g \approx 7{,}34$	1
	• $7{,}34 > 7{,}2$ dus de uitkomst geeft voldoende aanleiding om de nulhypothese te verwerpen	1

Antwoorden	Deel-scores

Gemiddelde functiewaarde

Maximumscore 4

18	• $\overline{f}(4) = \frac{1}{2} \cdot \int_3^5 x^2 \mathrm{d}x$	1
	• $\overline{f}(4) = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{3}x^3\right]_3^5$	1
	• $\overline{f}(4) = 16\frac{1}{3}$	1
	• $\overline{f}(4) - f(4) = \frac{1}{3}$	1

Maximumscore 4

19	• $\overline{f}(4) = \frac{1}{2} \cdot \int_3^5 p \cdot \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$	1
	• $\overline{f}(4) = \frac{1}{2} \cdot \left[p \cdot \mathrm{e}^x\right]_3^5$	1
	• $\frac{1}{2} p\left(\mathrm{e}^5 - \mathrm{e}^3\right) = 100$	1
	• $p \approx 1{,}56$	1
	of	
	• $\overline{f}(4) = \frac{1}{2} \cdot \int_3^5 p \cdot \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$	1
	• $\overline{f}(4) = p \cdot \frac{1}{2} \cdot \int_3^5 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$	1
	• $p = \dfrac{100}{\frac{1}{2}\int_3^5 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x}$	1
	• $p \approx 1{,}56$	1