

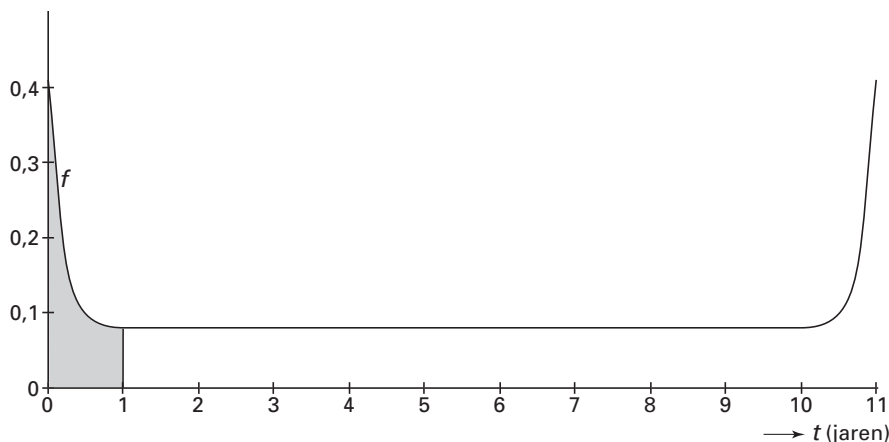
De badkuipkromme

Bij veel in massaproductie vervaardigde apparaten is de levensduur afhankelijk van het toeval. Bij de modellering daarvan onderscheidt men vaak drie tijdsintervallen:

- een korte *beginperiode*, waarin fabricage- en materiaalfouten aan het licht komen; er gaan dan relatief veel apparaten stuk
- een (lange) *normale werkperiode*, waarin slechts weinig apparaten stukgaan
- een korte *eindperiode*, waarin vrijwel alle apparaten door veroudering en slijtage stukgaan.

Figuur 5 illustreert een wiskundig model dat voor de analyse van de levensduur van een bepaald type apparaten gebruikt wordt. Het gaat om apparaten waarbij de begin- en eindperiode beide ongeveer een half jaar duren en de normale werkperiode ongeveer 10 jaar bedraagt. De apparaten worden maximaal 11 jaar oud.

figuur 5



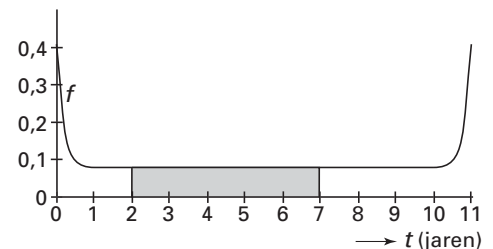
Op de horizontale as van figuur 5 staat de tijd t , gemeten in jaren. De figuur toont de grafiek van een functie f waarvoor geldt dat de oppervlakte onder de grafiek op het interval $0 \leq t \leq 11$ gelijk is aan 1. Voor ieder tijdstip a tussen 0 en 11 jaar is de kans dat een willekeurig apparaat stukgaat vóórdat het een leeftijd van a jaren bereikt, gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek van f tussen de tijdstippen $t = 0$ en $t = a$. In figuur 5 is voor $a = 1$ die oppervlakte grijs aangegeven. De grafiek van f wordt vanwege de vorm een *badkuipkromme* genoemd.

In dit geval heeft de badkuipkromme de volgende eigenschappen:

- de grafiek is symmetrisch in de lijn $t = 5,5$
- de oppervlakte onder de grafiek tussen $t = 0$ en $t = 1$ is ongeveer 0,14
- de grafiek loopt tussen $t = 1$ en $t = 10$ ongeveer horizontaal.

- 4p 11 Bereken met behulp van bovenstaande eigenschappen de kans dat een apparaat een levensduur bereikt tussen 2 en 7 jaar. Zie figuur 6.

figuur 6



Eindexamen wiskunde B1 vwo 2005-I

- De kans op stukgaan tussen 0 en a jaar (met $0 \leq a \leq 11$) noemen we $F(a)$. Dus $F(1) \approx 0,14$.
- 5p **12** Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de grafiek van F . Licht je werkwijze toe. De grafiek moet in overeenstemming zijn met de hierboven genoemde eigenschappen van de badkuipkromme.

Voor de badkuipkromme van figuur 5 geldt het functievoorschrift

$$f(t) = 0,08 + 2 \cdot 10^{-23} \cdot (t - 5,5)^{30}$$

- 3p **13** Bereken met behulp van dit functievoorschrift de kans op stukgaan tijdens het eerste halfjaar.

De fabrikant geeft één jaar garantie op het apparaat. Als het binnen één jaar stukgaat, wordt het gratis vervangen door een nieuw exemplaar. Ook dat kan weer binnen een jaar stukgaan, waarna ook dat exemplaar gratis wordt vervangen, enzovoort.

Iemand koopt vier van deze apparaten.

- 5p **14** Bereken de kans dat precies één keer een apparaat van deze persoon gratis wordt vervangen door een nieuw exemplaar.

Als de gemiddelde levensduur van een apparaat 5,5 jaar is, geldt voor het trekken van een aselechte steekproef van 150 apparaten: de gemiddelde levensduur van de 150 apparaten in de steekproef is bij benadering normaal verdeeld met verwachtingswaarde 5,5 jaar en standaardafwijking 0,285 jaar.

Van een groep van 150 aselekt gekozen apparaten bleek de gemiddelde levensduur slechts 5,1 jaar te zijn.

- 5p **15** Geeft dit voldoende aanleiding om de veronderstelde gemiddelde levensduur van een apparaat naar beneden bij te stellen? Neem een significantieniveau van 10%.

Vraag 12

