

Antwoorden	Deel-scores
------------	-------------

**Twee benaderingen van  $\sin x$**

**Maximumscore 3**

- 1  • De coördinaten van  $O$ ,  $A$  en  $T$  zijn respectievelijk  $(0, 0)$ ,  $(\pi, 0)$  en  $(\frac{\pi}{2}, 1)$  1
- $g(0) = 0$  en  $g(\pi) = 0$  (dus de grafiek van  $g$  gaat door  $O$  en  $A$ ) 1
- $g(\frac{\pi}{2}) = \frac{-4}{\pi^2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = 1$  (dus de grafiek van  $g$  gaat door  $T$ ) 1

**Maximumscore 5**

- 2  •  $f'(x) = \cos x$  1
- $g'(x) = \frac{-8}{\pi^2} \cdot x + \frac{4}{\pi}$  2
- $f'(0) = 1$  en  $g'(0) = \frac{4}{\pi}$  1
- $\frac{4}{\pi} > 1$ , dus in  $O$  is de helling van de grafiek van  $g$  groter dan de helling van de grafiek van  $f$  1

**Maximumscore 7**

- 3  •  $\int_0^{\pi} (ax^2 - a\pi x - \sin x) dx = 0$  1
- Een primitieve van  $ax^2 - a\pi x$  is  $\frac{1}{3}ax^3 - \frac{1}{2}a\pi x^2$  2
- Een primitieve van  $\sin x$  is  $-\cos x$  1
- $\frac{1}{3}a\pi^3 - \frac{1}{2}a\pi^3 - 1 - 1 = 0$  1
- $a = \frac{-12}{\pi^3}$  2

**Eén, twee of drie keer testen**

**Maximumscore 4**

- 4  • De kans dat een persoon twee testen aflegt, is  $0,7 \cdot 0,3$  1
- De kans dat een persoon drie testen aflegt, is  $0,7 \cdot 0,7$  1
- $E(X) = 0,3 \cdot 1 + 0,7 \cdot 0,3 \cdot 2 + 0,7 \cdot 0,7 \cdot 3 = 2,19$  waarbij  $X$  het aantal testen per persoon is 2

**Maximumscore 4**

- 5  • De verwachte kosten per persoon zijn  $100 + 2,19 \cdot 50 = 209,5$  euro 2
- $10\,000 : 209,5 \approx 47,7$  dus 47 personen 2

**Maximumscore 5**

- 6  • De kans dat een persoon na 3 keer nog geen succes heeft is  $0,7^3 = 0,343$  1
- Het aantal personen  $X$  dat na 3 keer nog geen succes heeft, is binomiaal verdeeld met  $n = 10$  en  $p = 0,343$  1
- $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$  1
- beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden 1
- het antwoord 0,09 1

**Reistijd****Maximumscore 3**

- 7  • De snelheid is op de heenreis  $20 + v$  km/u en op de terugreis  $20 - v$  km/u 1
- De heenreis duurt  $\frac{10}{20+v}$  uur en de terugreis  $\frac{10}{20-v}$  uur 1
- Deze twee opgeteld geeft de totale reistijd 1

**Maximumscore 3**

- 8  • Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking  $\frac{10}{20+v} + \frac{10}{20-v} = 2$  1
- beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden 1
- het antwoord 14,14 (km/u) 1

**Maximumscore 6**

- 9  • Er moet gelden dat  $T'(v) > 0$  voor alle waarden van  $v$  1
- $T'(v) = \frac{-10}{(20+v)^2} - \frac{-10}{(20-v)^2}$  2
- Wegens  $(0 <) 20 - v < 20 + v$  geldt:  $\frac{10}{(20-v)^2} > \frac{10}{(20+v)^2}$  2
- de conclusie 1
- of
- Er moet gelden dat  $T'(v) > 0$  voor alle waarden van  $v$  1
- $T'(v) = \frac{-10}{(20+v)^2} - \frac{-10}{(20-v)^2}$  2
- $T'(v) = \frac{800v}{(20+v)^2(20-v)^2}$  2
- de conclusie 1

**Maximumscore 5**

- 10  • Er moet worden berekend:  $\frac{1}{101} \cdot (T(0) + T(0,1) + T(0,2) + \dots + T(10))$  2
- beschrijven hoe met de GR deze berekening uitgevoerd kan worden 1
- $\frac{1}{101} \cdot (T(0) + T(0,1) + T(0,2) + \dots + T(10)) \approx 1,099$  uur 1
- het antwoord 66 minuten 1

**Maximumscore 6**

- 11  • Het gemiddelde is  $\frac{1}{10} \int_0^{10} \left( \frac{10}{20+v} + \frac{10}{20-v} \right) dv$  2
- Een primitieve van  $T$  is  $10 \ln(20 + v) - 10 \ln(20 - v)$  2
- $\frac{1}{10} \int_0^{10} \left( \frac{10}{20+v} + \frac{10}{20-v} \right) dv = \frac{1}{10} (10 \ln 30 - 10 \ln 10 - 0)$  1
- de herleiding van  $\frac{1}{10} (10 \ln 30 - 10 \ln 10 - 0)$  tot  $\ln 3$  1

### Maximumsnelheid

#### Maximumscore 4

- |  |          |
|--|----------|
| 12 <input type="checkbox"/> • De werkelijke snelheid $X$ is normaal verdeeld met $\mu = 70$ en $\sigma = 70 \cdot 0,015$ | <u>1</u> |
| • De gevraagde kans is $P(X \geq 70 \cdot 1,03 \mid \mu = 70 \text{ en } \sigma = 70 \cdot 0,015)$                       | <u>1</u> |
| • beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden  | <u>1</u> |
| • Afgerond op drie decimalen is dit inderdaad gelijk aan 0,023   | <u>1</u> |

#### Maximumscore 4

- |   |          |
|---|----------|
| 13 <input type="checkbox"/> • $\mu = v$ geeft $\sigma = 0,015v$   | <u>1</u> |
| • de ondergrens $1,03v$   | <u>1</u> |
| • $z = \frac{1,03v - v}{0,015v}$ ( $= 2$ ) is onafhankelijk van $v$   | <u>1</u> |
| • De gevraagde kans $P(X \geq 1,03v \mid \mu = v \text{ en } \sigma = 0,015v)$ is dus ook onafhankelijk van $v$ | <u>1</u> |

*Opmerking*

*Als de bedoelde kans voor een aantal waarden van de maximumsnelheden berekend is, ten hoogste 2 punten toekennen voor deze vraag.*

#### Maximumscore 4

- |   |          |
|---|----------|
| 14 <input type="checkbox"/> • Het aantal keren $X$ dat hij gewaarschuwd wordt, is binomiaal verdeeld met $n = 200$ en $p = 0,023$ | <u>1</u> |
| • $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$  | <u>1</u> |
| • beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden   | <u>1</u> |
| • het antwoord 0,84   | <u>1</u> |

### Exponentiële functie

#### Maximumscore 6

- |  |          |
|--|----------|
| 15 <input type="checkbox"/> • De oppervlakte van (het trapezium) $OABB'$ , met $B'(1, 0)$ , is $\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{e} \right)$ (of ongeveer 0,6839) | <u>2</u> |
| • De oppervlakte onder de grafiek van $f$ is $\int_0^1 e^{-x} dx$  | <u>1</u> |
| • beschrijven hoe deze integraal (middels een primitieve of met de GR) berekend kan worden   | <u>1</u> |
| • het antwoord $1 - \frac{1}{e}$ (of ongeveer 0,6321)  | <u>1</u> |
| • De oppervlakte van $V$ is $\frac{3}{2e} - \frac{1}{2}$ (of ongeveer 0,05)  | <u>1</u> |
| of   |          |
| • Een vergelijking van de lijn $AB$ is $y = 1 - (1 - e^{-1})x$   | <u>2</u> |
| • De oppervlakte van $V$ is gelijk aan $\int_0^1 (1 - (1 - e^{-1})x - f(x)) dx$  | <u>2</u> |
| • beschrijven hoe deze integraal (middels een primitieve of met de GR) berekend kan worden   | <u>1</u> |
| • het antwoord $\frac{3}{2e} - \frac{1}{2}$ (of ongeveer 0,05)   | <u>1</u> |

Antwoorden	Deel-scores
------------	-------------

**Maximumscore 5**

- 16 □ •  $f'(x) = -e^{-x}$  1
- De richtingscoëfficiënt van lijn  $AB$  is  $\frac{1}{e} - 1$  1
- Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking  $-e^{-x} = \frac{1}{e} - 1$  1
- beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch of met de GR opgelost kan worden 1
- $x \approx 0,46$  1



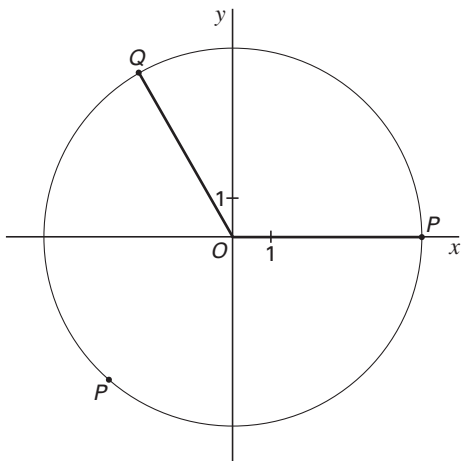
**Achtervolging**

**Maximumscore 4**

- 17 □ •  $P$  en  $Q$  vallen voor het eerst samen als  $\frac{11}{10}t = t + \frac{2}{3}\pi$  2
- het antwoord: na ongeveer 21 seconden 2
- of
- $P$  moet  $\frac{2}{3}\pi$  rad inhalen 1
- $P$  loopt per seconde  $\frac{1}{10}$  rad in op  $Q$  2
- Dus  $P$  haalt  $Q$  voor het eerst in na  $\frac{\frac{2}{3}\pi}{\frac{1}{10}} \approx 21$  seconden 1

**Maximumscore 3**

- 18 □ • De omtrek van de cirkel is  $10\pi$  cm 1
- $OP$  is over  $229^\circ$  gedraaid 1
- de tekening van  $P$  1
- of
- Als  $P$  20 cm heeft afgelegd, geldt  $t = \frac{40}{11}$  1
- de berekening van de coördinaten van  $P$  1
- de tekening van  $P$  1



**Maximumscore 5**

$$19 \quad \square \cdot \frac{x_P(t) + x_Q(t)}{2} = \frac{5 \cos\left(\frac{11}{10}t\right) + 5 \cos\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5 \cos\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right) \quad \underline{\quad 2 \quad}$$

$$\cdot \frac{y_P(t) + y_Q(t)}{2} = \frac{5 \sin\left(\frac{11}{10}t\right) + 5 \sin\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5 \sin\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right) \quad \underline{\quad 2 \quad}$$

$$\cdot \varphi(t) = 5 \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right) \quad \underline{\quad 1 \quad}$$

**inzenden scores**

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma Wolf of vul de scores in op de optisch leesbare formulieren.  
Zend de gegevens uiterlijk op 24 juni naar de Citogroep.

**Einde**