

## Antwoordmodel VWO wb1 2003-II

Antwoorden

Deel-  
scores

### Loterij

#### Maximumscore 4

- 1  •  $P(\text{Thomas wint minstens één prijs}) = 1 - P(\text{Thomas wint geen prijs})$   
•  $1 - 0,95 \times 0,80 = 1 - 0,76 = 0,24$

2

2

#### Maximumscore 3

- 2  •  $P(\text{minstens 8 leden vallen in de prijzen}) = P(X \geq 8 \mid n = 20, p = 0,24)$   
•  $P(X \geq 8 \mid n = 20, p = 0,24) = 1 - P(X \leq 7 \mid n = 20, p = 0,24)$   
• het antwoord 0,08

1

1

1

**Maximumscore 4**

- 3 □ • Per student is de verwachte uitbetaling aan hoofdprijzen:  $0,05 \times \text{€ } 500 = \text{€ } 25$  1  
 • Per student is de verwachte uitbetaling aan troostprijzen:  $0,20 \times \text{€ } 100 = \text{€ } 20$  1  
 • Per student is de verwachte uitbetaling aan prijzen:  $\text{€ } 25 + \text{€ } 20 = \text{€ } 45$  1  
 • De studentenvereniging zal naar verwachting  $20 \times \text{€ } 45 = \text{€ } 900$  winnen 1  
 of  
 • De verwachte uitbetaling aan prijzen per student is:  
 $0,76 \times \text{€ } 0 + 0,19 \times \text{€ } 100 + 0,04 \times \text{€ } 500 + 0,01 \times \text{€ } 600 = \text{€ } 45$  3  
 • De studentenvereniging zal naar verwachting  $20 \times \text{€ } 45 = \text{€ } 900$  winnen 1

**Gebroken functie****Maximumscore 5**

- 4 □ •  $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$  2  
 •  $f'(x) = 0$  geeft  $x = 2$  of  $x = -2$  1  
 •  $f(-2) = -4$ ;  $(-2, -4)$  is een top van de grafiek van  $f$  1  
 •  $f(2) = 4$ ;  $(2, 4)$  is een top van de grafiek van  $f$  1

**Maximumscore 6**

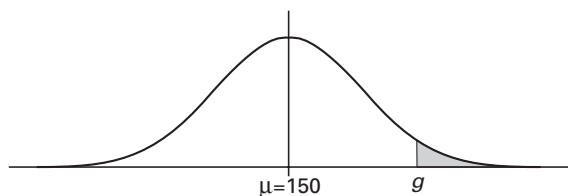
- 5 □ • De snijpunten van  $y = 5$  met de grafiek van  $f$  zijn  $(1, 5)$  en  $(4, 5)$  2  
 • De oppervlakte van  $V$  is  $15 - \int_1^4 (x + \frac{4}{x}) dx$  1  
 • Een primitieve van  $f$  is  $\frac{1}{2}x^2 + 4 \ln x$  2  
 • De oppervlakte van  $V$  is  $7\frac{1}{2} - 4 \ln 4$  1

**Maximumscore 4**

- 6 □ • De lengte van de grafiek van  $f$  tussen  $(1, 5)$  en  $(4, 5)$  is  $\int_1^4 \sqrt{1 + (1 - \frac{4}{x^2})^2} dx$   
 (of in plaats van  $1 - \frac{4}{x^2}$  een numerieke benadering van  $f'(x)$ ) 1  
 • De lengte van dit deel van de grafiek van  $f$  is ongeveer 3,79 2  
 • De omtrek van  $V$  is ongeveer 6,79 1

**Vervoer****Maximumscore 6**

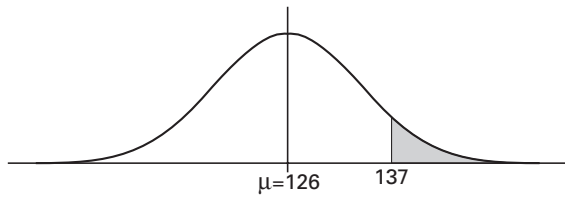
7 □



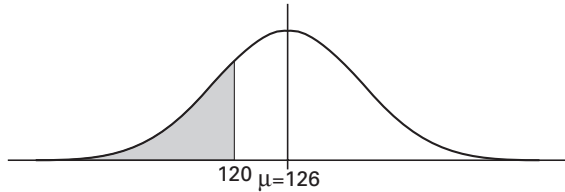
- $P(X > g \mid \mu = 150 \text{ en } \sigma = 15) \leq 0,05$  (of  $\dots = 0,05$ ) waarbij  $X$  de vervoertijd is 3  
 •  $g \approx 174,7$  2  
 • De chauffeur moet om 5 minuten over half zes vertrekken 1

**Maximumscore 6**

8 □



- $P(X > 137 \mid \mu = 126 \text{ en } \sigma = ?) = 0,13$  waarbij  $X$  de rijksnelheid is
- $\sigma \approx 9,8$

22

- Gevraagd wordt  $P(X \leq 120 \mid \mu = 126 \text{ en } \sigma = 9,8)$
- Dus 27% houdt zich aan de maximumsnelheid

11**Migratie****Maximumscore 6**

- 9 □ • Het aantal oorspronkelijke bewoners is  $f(t) = 150\,000 \cdot 0,99^t$  ( $t$  in jaren vanaf 1 januari 1965)
- Het aantal instromers is  $g(t) = 1000 \cdot t$  ( $t$  in jaren vanaf 1 januari 1965)
- $f(t)$  en  $g(t)$  zijn gelijk als  $t \approx 72,4$
- dus in het jaar 2037

2121**Maximumscore 4**

- 10 □ • De totale bevolking is  $h(t) = 150\,000 \cdot 0,99^t + 1000 \cdot t$
- $h(t)$  bereikt het minimum bij  $t \approx 40,8$
- dus in het jaar 2005

121**Maximumscore 5**

- 11 □ • De totale bevolking is  $h(t) = 150\,000 \cdot 0,99^t + ct$
- $h$  stijgt als  $h' > 0$  (of  $h' \geq 0$ )
- $h'(t) = 150\,000 \cdot \ln(0,99) \cdot 0,99^t + c$
- Dus moet gelden  $c > -150\,000 \cdot \ln 0,99$
- $c > 1507$  of  $c \geq 1508$

11111*Opmerking*

*Als de vraag op de volgende manier beantwoord is, hiervoor maximaal 2 punten toekennen:*

- *De uitstroom per jaar is 1500 of minder;*
- *De instroom per jaar moet meer dan 1500 zijn;*
- *Dus moet gelden  $c > 1500$ .*

**Lissajous-kromme****Maximumscore 4**

- 12 □ •  $y = 0$  oplossen geeft bijvoorbeeld  $t \approx -0,52$  of  $t \approx 1,05$  of  $t \approx 2,62$  of  $t \approx 4,19$  /  
 $t = -\frac{1}{6}\pi$  of  $t = \frac{1}{3}\pi$  of  $t = \frac{5}{6}\pi$  of  $t = \frac{4}{3}\pi$

2

- Deze waarden voor  $t$  invullen geeft  $(-\frac{1}{2}; 0)$ ,  $(0,87; 0)$ ,  $(\frac{1}{2}; 0)$  en  $(-0,87; 0)$  /  
 $(-\frac{1}{2}; 0)$ ,  $(\frac{1}{2}\sqrt{3}; 0)$ ,  $(\frac{1}{2}; 0)$  en  $(-\frac{1}{2}\sqrt{3}; 0)$

2**Maximumscore 7**

- 13 □ •  $x = 0$  oplossen geeft bijvoorbeeld  $t = 0$

1

•  $\frac{dx}{dt} = \cos t$

1

•  $\frac{dy}{dt} = 2 \cos(2t + \frac{1}{3}\pi)$

2

•  $x'(0) = 1$

1

•  $y'(0) = 1$

1

•  $v(0) = \sqrt{2}$

1**Maximumscore 6**

- 14 □ •  $AB = y(a) - y(\pi - a)$

1

•  $AB = \sin(2a + \frac{1}{3}\pi) - \sin(2\frac{1}{3}\pi - 2a)$

1

•  $AB = 2 \sin(2a - \pi) \cos \frac{1}{3}\pi$

2

•  $\sin(2a - \pi) = -\sin 2a$

1

•  $AB = 2 \cdot -\sin 2a \cdot -\frac{1}{2} = \sin 2a$

1**Oppervlaktes****Maximumscore 7**

- 15 □ •  $f'(x) = \frac{1}{2}x$

1

•  $\frac{1}{2}x = 1$  geeft het raakpunt  $(2, 1)$

1

- De raaklijn in  $(2, 1)$  aan de grafiek van  $f$  snijdt de  $y$ -as in het punt  $(0, -1)$

1

•  $g'(x) = \frac{8}{x^3}$

1

•  $\frac{8}{x^3} = 1$  geeft het raakpunt  $(2, -1)$

1

- De raaklijn in  $(2, -1)$  aan de grafiek van  $g$  snijdt de  $y$ -as in het punt  $(0, -3)$

1

- De lengte van de diagonaal van het vierkant is 2

1

**Maximumscore 7**

- |  |          |
|--|----------|
| 16 □ • $x = a$ (of $x = -a$ ) geeft $y_C = \frac{1}{4}a^2$   | <u>1</u> |
| • De oppervlakte van het donkergrijze gebied is $\int_{-a}^a (\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}x^2) dx$ | <u>1</u> |
| • De oppervlakte van het donkergrijze gebied is $[\frac{1}{4}a^2x - \frac{1}{12}x^3]_{-a}^a$       | <u>1</u> |
| • De oppervlakte van het donkergrijze gebied is $\frac{2}{3}a^3$                                   | <u>1</u> |
| • De oppervlakte van de rechthoek is $2a \cdot (\frac{1}{4}a^2 + \frac{4}{a^2})$                   | <u>1</u> |
| • Dit geeft de vergelijking $2a \cdot (\frac{1}{4}a^2 + \frac{4}{a^2}) = \frac{4}{3}a^3$           | <u>1</u> |
| • Deze vergelijking oplossen geeft $a \approx 2,63$ (of $a = \sqrt[4]{48}$ )                       | <u>1</u> |
- 

**Einde**