

Verschuivend zwaartepunt

Een kubusvormige bak met deksel heeft binnenmaten 10 bij 10 bij 10 cm en weegt 1 kilogram.

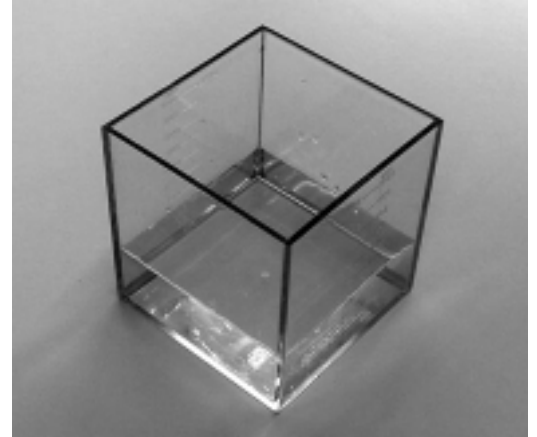
Het zwaartepunt B van de bak ligt in het centrum van de bak, dus 5 cm boven het midden van de bodem.

De bak wordt met water gevuld tot een hoogte van h cm.

Het zwaartepunt W van het water (de bak niet meegerekend) ligt in het centrum van het water, dus $\frac{1}{2}h$ cm boven het midden van de bodem.

Zie de foto en figuur 1 waarin op schaal een vooraanzicht van de bak is getekend.

foto



Het zwaartepunt van het geheel (bak en water samen) noemen we T .

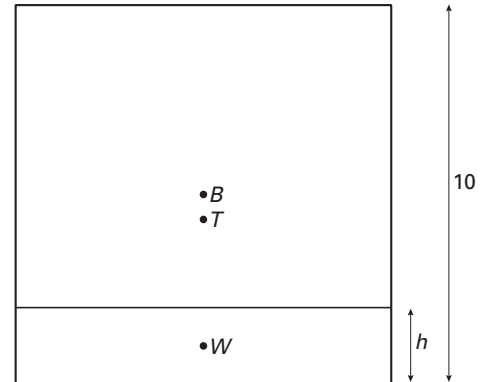
Het punt T ligt op het lijnstuk BW .

Er geldt:

$$d_T = \frac{h}{h+10} \cdot d_W + \frac{10}{h+10} \cdot d_B$$

Hierbij zijn d_T , d_W en d_B de afstand in cm van achtereenvolgens T , W en B tot de bodem.

figuur 1



3p 1 Bereken d_T voor $h = 3$. Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

4p 2 Toon aan dat voor de afstand van T tot de bodem, uitgedrukt in h , geldt: $d_T = \frac{h^2 + 100}{2h + 20}$.

Als de bak leeg is, valt T samen met B . Tijdens het vullen van de bak verschuift de plaats van T eerst omlaag en later weer omhoog. Als de bak vol is, valt T weer samen met B .

4p 3 Bereken voor welke waarden van h geldt: $d_T < 4,5$. Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

6p 4 Bereken exact voor welke waarde van h de afstand van T tot de bodem minimaal is.