

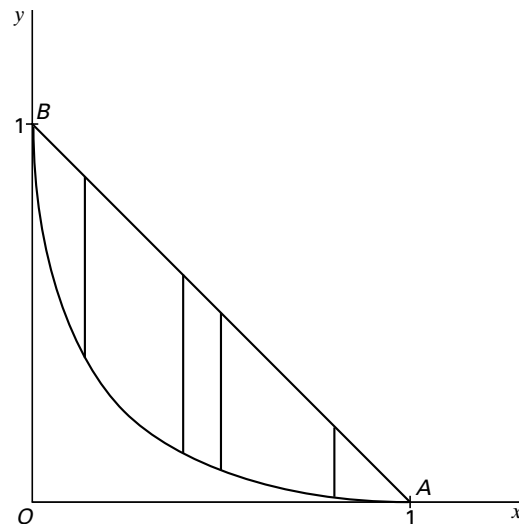
## Machten van sinus en cosinus

Gegeven is de functie  $f(x) = (1 - \sqrt{x})^2$  met  $0 \leq x \leq 1$ .

Verder is gegeven het lijnstuk  $AB$  met  $A(1, 0)$  en  $B(0, 1)$ . Zie figuur 5.

Tussen de grafiek van  $f$  en het lijnstuk  $AB$  worden verticale verbindingslijnstukken getekend. In figuur 5 zijn enkele verbindingslijnstukken getekend.

figuur 5



- 5p **13**  Toon aan dat de lengte van een verticaal verbindingslijnstuk gegeven wordt door de formule  $L = -2x + 2\sqrt{x}$ .

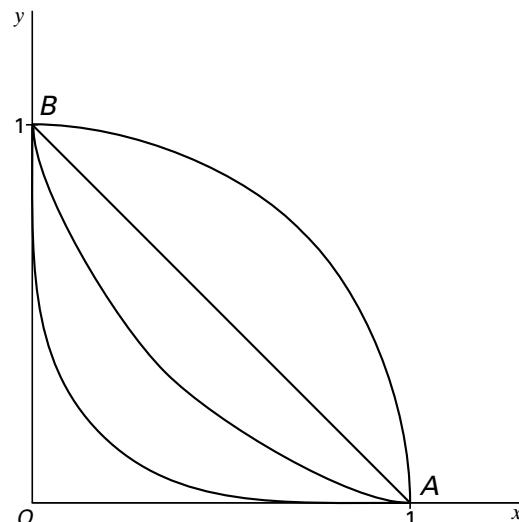
- 4p **14**  Bereken exact de maximale lengte van zo'n verbindingslijnstuk.

Voor elk positief geheel getal  $n$  bekijken we de baan  $K_n$  van een punt dat beweegt volgens

$$\begin{cases} x(t) = \cos^n t \\ y(t) = \sin^n t \end{cases} \quad \text{met } 0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi.$$

In figuur 6 zijn vier banen getekend.

figuur 6



- 5p **15**  Gegeven een punt  $P$  van  $K_6$ . Toon aan dat de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan  $K_6$  in punt  $P$  gelijk is aan  $-\tan^4 t$ .

- 3p **16**  In een punt  $P$  van  $K_6$  heeft de raaklijn aan  $K_6$  richtingscoëfficiënt  $-9$ . Bereken de coördinaten van  $P$ .

Voor een bepaalde waarde van  $n$  liggen de punten van  $K_n$  op de grafiek van  $f$  en voor een bepaalde waarde van  $n$  liggen de punten van  $K_n$  op het lijnstuk  $AB$ .

- 6p **17**  Onderzoek welke twee waarden van  $n$  dit zijn en toon met behulp van formules de juistheid van je bewering aan.