Eindexamen wiskunde B vwo 2001-II

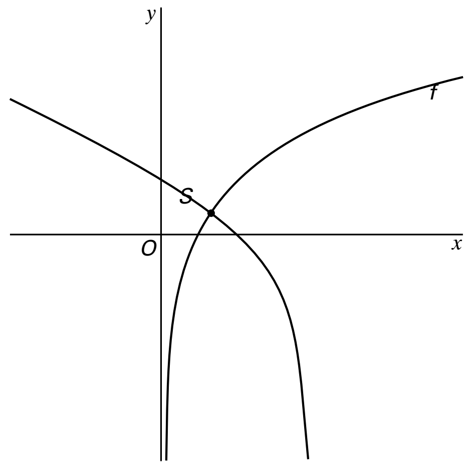
Opgave 1

De functies f en g zijn gegeven door:

$f(x) = \ln 2x$
$g(x) = \ln(2 - x)$

In figuur 1 zijn de grafieken van f en g getekend met snijpunt S.

figuur 1



8p **1** □ Bereken de hoek waaronder de grafieken van f en g elkaar snijden; geef het antwoord in graden nauwkeurig.

De lijn met vergelijking $x = p$ snijdt de grafiek van f in het punt A en de grafiek van g in het punt B.

6p **2** □ Bereken p in het geval dat $AB = \ln 2$.

C is het punt van de grafiek van f waarvoor geldt dat de richtingscoëfficiënt van de lijn OC maximaal is.

6p **3** □ Bereken de coördinaten van C.

De lijn met vergelijking $y = 2$ snijdt de grafiek van f in het punt P en de grafiek van g in het punt Q.
S' is de projectie van S op de lijn $y = 2$.

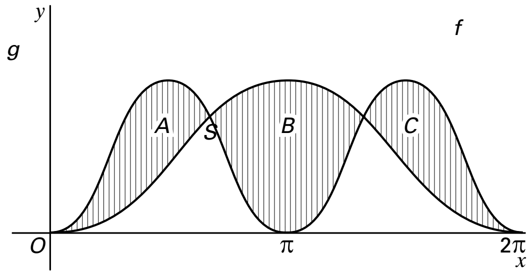
5p **4** □ Toon aan dat voor de lengte van de lijnstukken $S'Q$ en $S'P$ geldt $S'Q = 2S'P$.

Met domein $[0, 2\pi]$ zijn de functies f en g gegeven door:

$f(x) = 2\sin^2 x$ en $g(x) = 1 - \cos x$

In figuur 2 zijn de grafieken van f en g getekend.

figuur 2



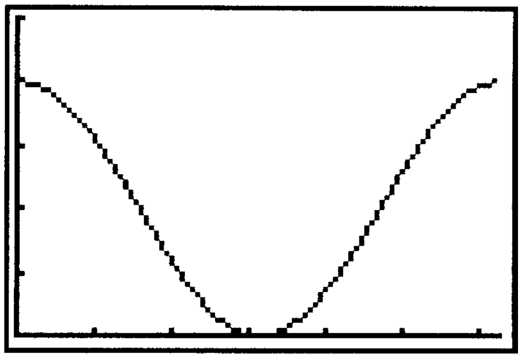
De vlakdelen ingesloten door de grafieken van f en g zijn in figuur 2 aangegeven door A, B en C en met verticale lijnstukken gearceerd.

7p **5** □ Bereken de maximale lengte van een verticaal lijnstuk in het vlakdeel A.

7p **6** □ Bereken de oppervlakte van het vlakdeel B.

Op het venster van een grafische rekenmachine wordt de grafiek van de functie h, gegeven door $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$, weergegeven zoals in figuur 3.

figuur 3



5p **7** □ Bewijs dat $h(x)$ te schrijven is als $h(x) = a + b\cos(cx + d)$.

Opgave 3

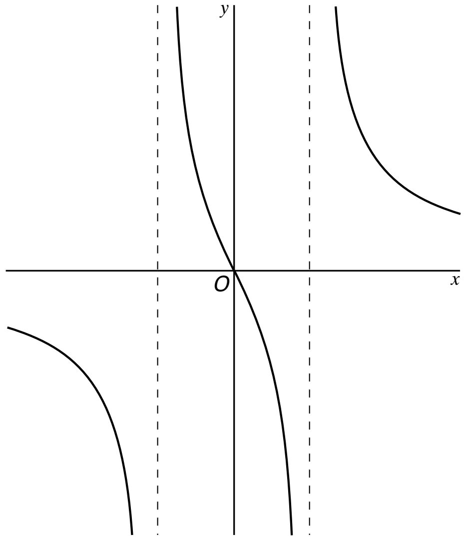
Voor $p > 0$ zijn gegeven de functies

$f_p : x \to \dfrac{2x}{x^2 + p}$ en

$g_p : x \to \dfrac{2x}{x^2 - p}$

In figuur 2 en in de figuur op de bijlage is de grafiek van g_1 getekend.

figuur 2



9p **9** □ Onderzoek f_1 en teken de grafiek van f_1 in de figuur op de bijlage. Bepaal hierbij ook de eventuele snijpunten van de grafieken van f_1 en g_1.

Voor elke $p > 0$ liggen de toppen van de grafiek van f_p zowel op de verticale asymptoten van de grafiek van g_p als op de kromme $y = \frac{1}{x}$.

6p **10** □ Bewijs dit.

De raaklijn aan de grafiek van f_p in $O(0, 0)$ snijdt de grafiek van g_p in het punt A met positieve x-coördinaat.
De projectie van A op de x-as is het punt B.

9p **11** □ Bewijs dat de oppervlakte van het vlakdeel dat ingesloten wordt door de grafiek van f_p, de x-as en de lijn AB onafhankelijk is van p.

Bijlage bij opgave 3

Wiskunde B

Examen VWO 2000

Tijdvak 2
Woensdag 21 juni
13.30–16.30 uur

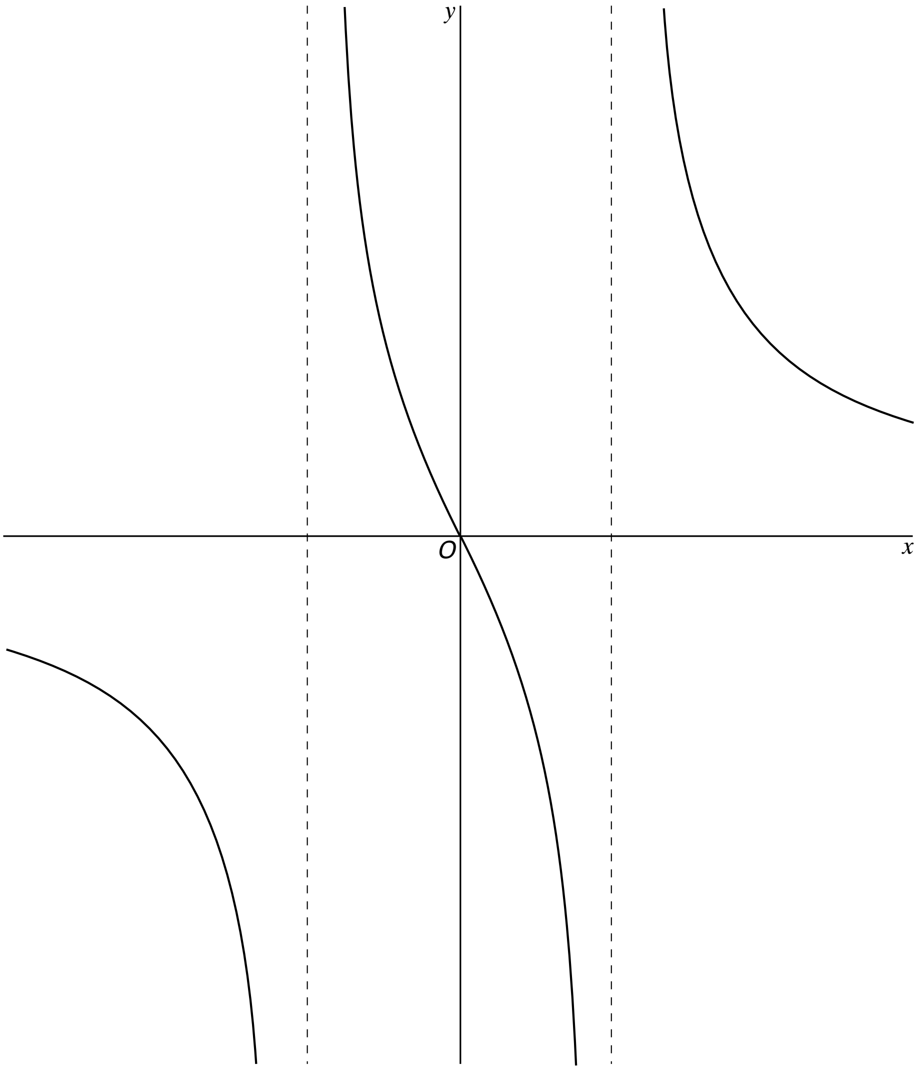
Examennummer

....

Naam

....

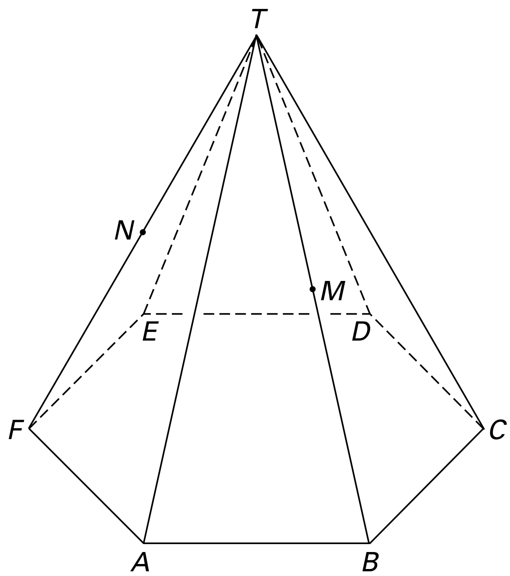
Opgave 3



Opgave 4

In figuur 3 en in de figuur op de bijlage is de regelmatige zeszijdige piramide $T.ABCDEF$ getekend.
De middens van de ribben BT en FT zijn achtereenvolgens M en N.
Gegeven is verder dat $AB = 6$ en dat de afstand van T tot het grondvlak $ABCDEF$ gelijk is aan $6\sqrt{3}$.

figuur 3



6p **12** □ Bereken de hoek tussen de lijn AM en het vlak $ABCDEF$.

6p **13** □ Teken in de figuur op de bijlage de doorsnede van het vlak AMN met de piramide.

6p **14** □ Bereken de kortste weg van A naar C over de zijvlakken van de piramide via de ribbe BT.

7p **15** □ Onderzoek of er een bol bestaat door de hoekpunten van het lichaam $BCEF.MN$.

Bijlage bij opgave 4

Opgave 4