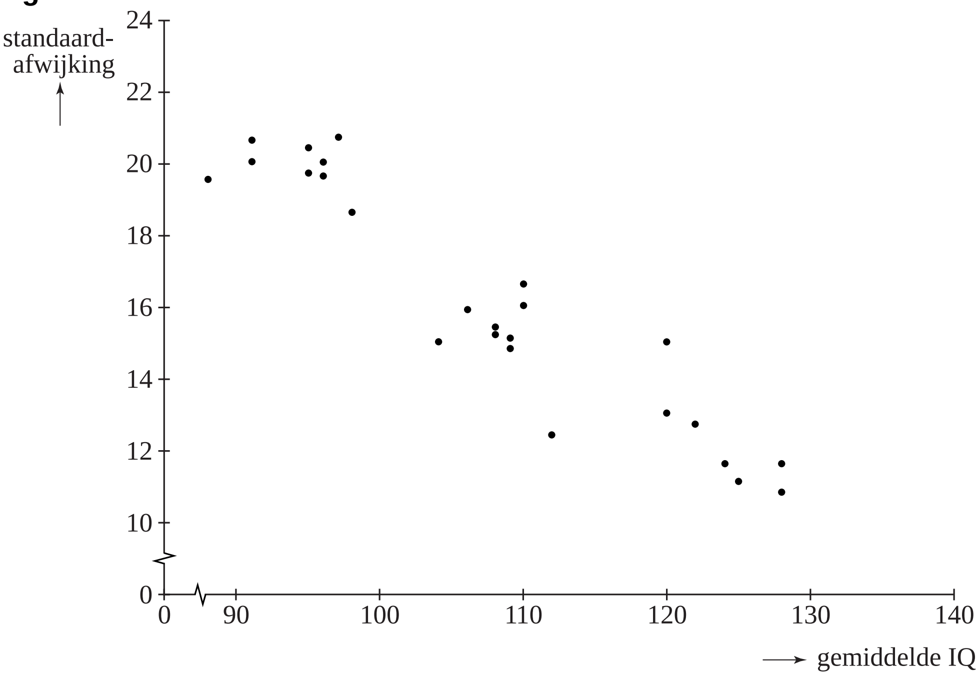
IQ

Een maat voor iemands intelligentie is het zogenaamde IQ (Intelligentie Quotiënt). Hoe intelligenter een persoon is, hoe hoger zijn/haar IQ is. Het IQ is bij benadering normaal verdeeld.

In deze opgave nemen we aan dat het IQ van een Nederlander normaal verdeeld is met een gemiddelde waarde van 100 en een standaardafwijking van 15.

Van een groot aantal mensen in 25 verschillende beroepsgroepen is het IQ gemeten. Voor elke beroepsgroep is vervolgens het gemiddelde IQ en de standaardafwijking bepaald. Deze waarden zijn uitgezet met stippen in de grafiek van figuur 2. Bij elke beroepsgroep hoort dus een stip.

figuur 2



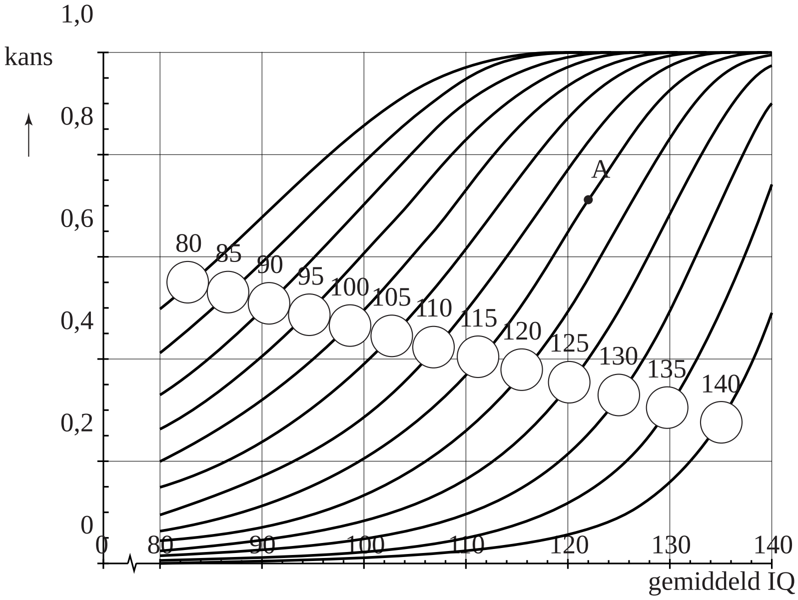
We nemen aan dat binnen elke beroepsgroep het IQ van een persoon uit die beroepsgroep normaal verdeeld is. In figuur 2 is duidelijk te zien dat naarmate het gemiddelde IQ van een beroepsgroep groter is, de standaardafwijking kleiner is. Door de puntenwolk in de grafiek van figuur 2 kan een zo goed mogelijk passende rechte lijn worden getrokken. De formule voor deze lijn luidt: $\sigma = 45{,}5 - 0{,}272 \cdot \mu$. Hierin is σ de standaardafwijking en μ het gemiddeld IQ van een beroepsgroep.

Twee beroepsgroepen blijken een gemiddeld IQ van 110,6 en 115,3 te hebben. Beide beroepsgroepen zijn niet opgenomen in figuur 2. We veronderstellen echter dat ook voor deze beroepsgroepen de formule van de lijn gebruikt mag worden.

3p **17** Bereken hoeveel de bijbehorende standaardafwijkingen volgens de formule van de lijn van elkaar verschillen.

In het vervolg van de opgave gaan we er omwille van de eenvoud vanuit dat de formule $\sigma = 45{,}5 - 0{,}272 \cdot \mu$ exact klopt voor waarden van μ tussen 80 en 140. Uitgaande van de normale verdeling kunnen we met deze formule voor elke waarde van het gemiddelde μ berekenen hoe groot de kans is dat een persoon uit een beroepsgroep met dat gemiddelde een IQ heeft dat groter is dan 80, 85, 90, …, 135, 140. Het resultaat van deze berekeningen is grafisch weergegeven in figuur 3.

figuur 3



Bij punt A lezen we af dat de kans ongeveer 0,7 is dat een persoon uit een beroepsgroep met gemiddeld IQ van 122 een IQ heeft dat groter is dan 115. Ofwel in formulevorm:

$P(IQ > 115) \approx 0{,}7$, waarbij $\mu = 122$.

Uitgaande van het verband $\sigma = 45{,}5 - 0{,}272 \cdot \mu$ kunnen we deze kans nauwkeuriger berekenen.

4p **18** Bereken deze kans. Geef je antwoord in 3 decimalen nauwkeurig.

Uit een grote beroepsgroep met een gemiddeld IQ van 110 worden willekeurig vier personen geselecteerd. We willen de kans weten dat alle vier personen een IQ hebben dat groter is dan 120. Deze kans kun je berekenen als je de kans weet dat één willekeurig persoon uit deze beroepsgroep een IQ groter dan 120 heeft. Deze laatste kans kun je aflezen uit figuur 3. Figuur 3 staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage.

3p **19** Bereken op bovenstaande wijze de kans dat alle vier personen een IQ hebben groter dan 120.

Een vuistregel van de normale verdeling zegt dat 68% van de gegevens ligt tussen de waarde $\mu - \sigma$ en de waarde $\mu + \sigma$. Deze vuistregel zou ook in figuur 3 terug te vinden moeten zijn.

5p **20** Laat zien dat deze vuistregel is terug te vinden in de grafieken van figuur 3. Doe dit op de uitwerkbijlage voor personen uit een beroepsgroep met een gemiddeld IQ van 120. Licht je werkwijze toe.

uitwerkbijlage

19 en 20