Correctievoorschrift VWO

2014

tijdvak 2

wiskunde B (pilot)

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3. De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 Het College voor Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 Als het College voor Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.
Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.

Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB
a. Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
b. Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden WOLF-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt.
In dat geval houdt het College voor Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 76 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag		Scores

Hoek onder de top

1 maximumscore 4

• $f'(x) = \dfrac{3}{2\sqrt{x}} - 1$	1
• $\dfrac{3}{2\sqrt{x}} - 1 = 0$ geeft $\sqrt{x} = \frac{3}{2}$	1
• Dit geeft $x = 2\frac{1}{4}$	1
• $f(2\frac{1}{4})$ $(= 3\sqrt{2\frac{1}{4}} - 2\frac{1}{4}) = 2\frac{1}{4}$ (dus de coördinaten van T zijn $\left(2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{4}\right)$)	1

2 maximumscore 4

- $\overrightarrow{TO} = \begin{pmatrix} -2\frac{1}{4} \\ -2\frac{1}{4} \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{TA} = \begin{pmatrix} 6\frac{3}{4} \\ -2\frac{1}{4} \end{pmatrix}$ 1
- $\cos\angle OTA = \dfrac{\begin{pmatrix} -2\frac{1}{4} \\ -2\frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6\frac{3}{4} \\ -2\frac{1}{4} \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} -2\frac{1}{4} \\ -2\frac{1}{4} \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 6\frac{3}{4} \\ -2\frac{1}{4} \end{pmatrix}\right|}$ (of $\cos\angle OTA = \dfrac{\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}\right|}$) 1
- $\cos\angle OTA\ (= \dfrac{-2}{\sqrt{20}}) \approx -0,45$ 1
- Het antwoord: $117°$ 1

of

- $OA = 9$, $OT = 2\frac{1}{4}\sqrt{2}$ en $AT = 2\frac{1}{4}\sqrt{10}$ 1
- De cosinusregel toepassen in driehoek OAT geeft
  $9^2 = \left(2\frac{1}{4}\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\frac{1}{4}\sqrt{10}\right)^2 - 2 \cdot 2\frac{1}{4}\sqrt{2} \cdot 2\frac{1}{4}\sqrt{10} \cdot \cos\angle OTA$ 1
- Hieruit volgt $\cos\angle OTA\ (= \dfrac{-2}{\sqrt{20}}) \approx -0,45$ 1
- Het antwoord: $117°$ 1

of

- $\tan\angle TOT' = \dfrac{2\frac{1}{4}}{2\frac{1}{4}} = 1$, waarbij T' de loodrechte projectie van T op de x-as is 1
- $\tan\angle TAT' = \dfrac{2\frac{1}{4}}{6\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$ 1
- Hieruit volgt $\angle TOT' = 45°$ en $\angle TAT' \approx 18°$ 1
- $\angle OTA = 180° - \angle TOT' - \angle TAT'$, dus het antwoord is $117°$ 1

Het uiteinde van een wip

3 maximumscore 3

- $h_2(\frac{5}{3})=1+2\sin\left(\frac{\pi}{5}\cdot\frac{5}{3}-\frac{\pi}{5}\right)=1+2\sin\left(\frac{2\pi}{15}\right)$ 1
- $h_3(\frac{5}{3})=1+2\sin\left(-\frac{3\pi}{10}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^2+\frac{6\pi}{5}\cdot\frac{5}{3}-\frac{31\pi}{30}\right)$ 1
- Dit geeft $h_3(\frac{5}{3})=1+2\sin\left(\frac{2\pi}{15}\right)$ (dus de hoogtes zijn gelijk) 1

4 maximumscore 4

- $h_1'(t)=2\cos\left(\frac{3\pi}{10}t^2-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\frac{3\pi}{10}\cdot 2t$ 2
- $h_1'(\frac{1}{3})=2\cos\left(\frac{3\pi}{90}-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\frac{3\pi}{10}\cdot\frac{2}{3}=2\cos\left(\frac{\pi}{30}-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\frac{2\pi}{10}$ 1
- Dus $h_1'(\frac{1}{3})=\frac{2\pi}{5}\cos\left(-\frac{2\pi}{15}\right)=\frac{2\pi}{5}\cos\left(\frac{2\pi}{15}\right)$ (dus de hellingen zijn gelijk) 1

5 maximumscore 4

- $h_2(1-a)=1+2\sin\left(\frac{\pi}{5}(1-a)-\frac{\pi}{5}\right)=1+2\sin\left(-\frac{\pi}{5}a\right)$ (voor $0<a<\frac{2}{3}$) 1
- $h_2(1-a)=1+2\sin\left(-\frac{\pi}{5}a\right)=1-2\sin\left(\frac{\pi}{5}a\right)$ 1
- $h_2(1+a)=1+2\sin\left(\frac{\pi}{5}(1+a)-\frac{\pi}{5}\right)=1+2\sin\left(\frac{\pi}{5}a\right)$ 1
- $h_2(1-a)+h_2(1+a)=1-2\sin\left(\frac{\pi}{5}a\right)+1+2\sin\left(\frac{\pi}{5}a\right)=2$
  (, dus $\frac{h_2(1-a)+h_2(1+a)}{2}=1$) 1

of

- De gelijkheid geldt als de grafiek van h_2 puntsymmetrisch is ten opzichte van $(1,1)$ 1
- De grafiek van h_2 is een sinusoïde en daarom puntsymmetrisch ten opzichte van elk punt van de grafiek dat op de evenwichtsstand ligt 1
- De evenwichtsstand van h_2 is 1 1
- $h_2(1)=1+2\sin 0=1$, dus de grafiek van h_2 is puntsymmetrisch ten opzichte van $(1,1)$ (dus de gelijkheid geldt) 1

Laagste punt

6 maximumscore 5

- Een vectorvoorstelling van de middelloodlijn is $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}p \\ \frac{1}{2}p^2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -p^2 \\ p \end{pmatrix}$ — 2
- $x_S = 0$ geeft $t = \dfrac{1}{2p}$ — 1
- $y_S = \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}$ — 1
- Als p tot 0 nadert, nadert y_S tot $\frac{1}{2}$ — 1

of

- Het midden van OP is $(\frac{1}{2}p, \frac{1}{2}p^2)$ — 1
- De helling van de middelloodlijn is $-\dfrac{1}{p}$ — 1
- Een vergelijking van de middelloodlijn is $y = -\dfrac{1}{p}x + y_S$ — 1
- Invullen van $(\frac{1}{2}p, \frac{1}{2}p^2)$ geeft $y_S = \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}$ — 1
- Als p tot 0 nadert, nadert y_S tot $\frac{1}{2}$ — 1

of

- Het midden van OP is $(\frac{1}{2}p, \frac{1}{2}p^2)$ — 1
- $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} p \\ p^2 \end{pmatrix}$ is normaalvector van de middelloodlijn, dus $px + p^2y = c$ is een vergelijking van de middelloodlijn (voor zekere waarde van c) — 1
- Punt $(\frac{1}{2}p, \frac{1}{2}p^2)$ invullen geeft $c = \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}p^4$ — 1
- $y_S = \dfrac{\frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}p^4}{p^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}p^2$ — 1
- Als p tot 0 nadert, nadert y_S tot $\frac{1}{2}$ — 1

Gespiegelde punten

7 maximumscore 8

- Er geldt $y_Q = -x_P$ 1
- De x-coördinaat van het snijpunt van de grafiek van f met de x-as is 1 1
- $x_P = 1 - a$ 1
- De y-coördinaat van het punt op de grafiek van f met x-coördinaat a is $2 \cdot \ln a$ 1
- $y_Q = 2 \cdot \ln a$ 1
- $2 \cdot \ln a = -(1 - a)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost 1
- ($a = 1$ voldoet niet, dus) het antwoord is 3,51 1

of

- Er geldt $y_Q = -x_P$ 1
- $g(x) = 2 \cdot \ln(x + a)$ 1
- x_P is de oplossing van $2 \cdot \ln(x + a) = 0$ 1
- $x_P = 1 - a$ 1
- $y_Q = 2 \cdot \ln a$ 1
- $2 \cdot \ln a = -(1 - a)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost 1
- ($a = 1$ voldoet niet, dus) het antwoord is 3,51 1

Ankerketting

8 maximumscore 6

- $f'(x)=\frac{1}{2a}\cdot\left(a\cdot e^{ax}-a\cdot e^{-ax}\right)=\frac{1}{2}e^{ax}-\frac{1}{2}e^{-ax}$ 2
- $\left(\frac{1}{2}e^{ax}-\frac{1}{2}e^{-ax}\right)^2=\frac{1}{4}e^{2ax}-2\cdot\frac{1}{2}e^{ax}\cdot\frac{1}{2}e^{-ax}+\frac{1}{4}e^{-2ax}$ 1
- $\left(\frac{1}{2}e^{ax}+\frac{1}{2}e^{-ax}\right)^2=\frac{1}{4}e^{2ax}+2\cdot\frac{1}{2}e^{ax}\cdot\frac{1}{2}e^{-ax}+\frac{1}{4}e^{-2ax}$ 1
- $\left(\frac{1}{2}e^{ax}-\frac{1}{2}e^{-ax}\right)^2=\frac{1}{4}e^{2ax}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}e^{-2ax}$ en
  $\left(\frac{1}{2}e^{ax}+\frac{1}{2}e^{-ax}\right)^2=\frac{1}{4}e^{2ax}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}e^{-2ax}$ 1
- $1+\left(f'(x)\right)^2=1+\frac{1}{4}e^{2ax}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}e^{-2ax}=$
  $\frac{1}{4}e^{2ax}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}e^{-2ax}=\left(\frac{1}{2}e^{ax}+\frac{1}{2}e^{-ax}\right)^2$ (dus geldt de gelijkheid) 1

9 maximumscore 5

- De waterdiepte is $f(96)\approx 34$ (meter) (of nauwkeuriger) 1
- De lengte van de ankerketting is $\int_0^{96}\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal met de GR kan worden berekend 1
- De lengte van de ankerketting is ongeveer 104 meter (of nauwkeuriger) 1
- ($104>3\cdot 34$, dus) de ankerketting voldoet aan de vuistregel 1

of

- De waterdiepte is $f(96)\approx 34$ (meter) (of nauwkeuriger) 1
- De lengte van de ankerketting is $\int_0^{96}\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$ 1
- $\int_0^{96}\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx=\int_0^{96}\left(\frac{1}{2}e^{\frac{1}{140}\cdot x}+\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{140}\cdot x}\right)dx$ 1
- Een primitieve van $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{140}\cdot x}+\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{140}\cdot x}$ is $70e^{\frac{1}{140}\cdot x}-70e^{-\frac{1}{140}\cdot x}$;
  $70e^{\frac{96}{140}}-70e^{-\frac{96}{140}}\approx 104$ (en $70e^0-70e^0=0$), dus de lengte van de ankerketting is ongeveer 104 meter (of nauwkeuriger) 1
- ($104>3\cdot 34$, dus) de ankerketting voldoet aan de vuistregel 1

Een gebroken functie en zijn inverse

10 maximumscore 4

- Er moet gelden $f(g(x)) = x$ 1
- $f\left(\dfrac{x}{4-x}\right) = 4 - \dfrac{4}{\dfrac{x}{4-x}+1}$ 1
- $4 - \dfrac{4}{\dfrac{x}{4-x}+1} = 4 - \dfrac{16-4x}{x+4-x} = 4-(4-x) = x$ (dus g is de inverse van f) 2

of

- Punt (x, y) ligt op de grafiek van de inverse van f als $x = 4 - \dfrac{4}{y+1}$ 1
- Hieruit volgt $\dfrac{4}{y+1} = 4 - x$ 1
- Dus $y = \dfrac{4}{4-x} - 1$ 1
- Dit herleiden tot $y = \dfrac{x}{4-x}$ (dus g is de inverse van f) 1

11 maximumscore 6

- Omdat f en g elkaars inverse zijn, wordt het gebied door de lijn met vergelijking $y = x$ in twee gelijke delen verdeeld — 1
- De gevraagde oppervlakte is gelijk aan $2 \cdot \int_0^3 (f(x) - x)\,\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $f(x) - x$ (voor $x > -1$) is $4x - 4\ln(x+1) - \frac{1}{2}x^2$ — 2
- Elk van de twee delen heeft dus een oppervlakte van $\left[4x - 4\ln(x+1) - \frac{1}{2}x^2\right]_0^3 = 12 - 4\ln 4 - 4\frac{1}{2}$ — 1
- De gevraagde oppervlakte is $15 - 8\ln 4$ — 1

of

- Het vierkant met diagonaal door $(0, 0)$ en $(3, 3)$ wordt door de grafieken van f en g in drie delen verdeeld, waarbij de oppervlakten van de niet-grijsgemaakte delen aan elkaar gelijk zijn — 1
- De gevraagde oppervlakte is $3 \cdot 3 - 2 \cdot \int_0^3 (3 - f(x))\,\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $3 - f(x)$ (voor $x > -1$) is $-x + 4\ln(x+1)$ — 2
- Het linkerdeel heeft een oppervlakte van $\left[-x + 4\ln(x+1)\right]_0^3 = -3 + 4\ln 4$ — 1
- De gevraagde oppervlakte is $9 - 2(-3 + 4\ln 4) = 15 - 8\ln 4$ — 1

of

- De gevraagde oppervlakte is gelijk aan $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^3 g(x)\,\mathrm{d}x$ — 1
- $g(x) = -1 + \dfrac{4}{4-x}$ — 2
- Een primitieve van $4 - \dfrac{4}{x+1}$ (voor $x > -1$) is $4x - 4\ln(x+1)$ — 1
- Een primitieve van $-1 + \dfrac{4}{4-x}$ (voor $x < 4$) is $-x - 4\ln(4-x)$ — 1
- De gevraagde oppervlakte is $\left[4x - 4\ln(x+1)\right]_0^3 - \left[-x - 4\ln(4-x)\right]_0^3 = 12 - 4\ln 4 - (-3 + 4\ln 4) = 15 - 8\ln 4$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Tussen twee bewegende punten

12 maximumscore 4

- De lengte van $A'B'$ is $|x_A - x_B|$ 1
- Beschrijven hoe het maximum van $|\cos(3t) - \cos t|$ gevonden kan worden 1
- Per rondgang zijn er 4 maxima die even groot zijn 1
- Het antwoord: 1,54 1

of

- Het verschil tussen de x-coördinaat van A' en de x-coördinaat van B' is $x_A - x_B$ 1
- Beschrijven hoe het maximum en het minimum van $\cos(3t) - \cos t$ gevonden kunnen worden 1
- Per rondgang zijn er 2 maxima en 2 minima die in absolute waarde even groot zijn 1
- Het antwoord: 1,54 1

Opmerking
Als alleen het maximum van $x_A - x_B$ ofwel $x_B - x_A$ wordt beschouwd, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.

13 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van koorde AB is gelijk aan $\dfrac{\sin(3t) - \sin t}{\cos(3t) - \cos t}$ 1
- $\sin(3t) - \sin t = 2\sin t \cdot \cos(2t)$ 1
- $\cos(3t) - \cos t = -2\sin(2t) \cdot \sin t$ 1
- Dus $a = \dfrac{2\sin t \cdot \cos(2t)}{-2\sin(2t) \cdot \sin t} = -\dfrac{\cos(2t)}{\sin(2t)}$ (want $\sin t \neq 0$) 1

14 maximumscore 5

- $-\dfrac{\cos(2t)}{\sin(2t)}=-1$ geeft $\cos(2t)=\sin(2t)$ 1
- $\sin(2t)=\cos(2t-\frac{1}{2}\pi)$, dus $\cos(2t)=\cos(2t-\frac{1}{2}\pi)$ 1
- $2t=2t-\frac{1}{2}\pi+k\cdot 2\pi$ (met k geheel) (welke geen oplossingen heeft) of
  $2t=-2t+\frac{1}{2}\pi+k\cdot 2\pi$ (met k geheel) 1
- $4t=\frac{1}{2}\pi+k\cdot 2\pi$, dus $t=\frac{1}{8}\pi+k\cdot\frac{1}{2}\pi$ (met k geheel) 1
- Het antwoord: $t=\frac{1}{8}\pi$ of $t=\frac{5}{8}\pi$ of $t=1\frac{1}{8}\pi$ of $t=1\frac{5}{8}\pi$ 1

of

- $-\dfrac{\cos(2t)}{\sin(2t)}=-1$ geeft $\cos(2t)=\sin(2t)$ 1
- (Een redenering met eenheidscirkel of grafieken waaruit volgt dat)
  $2t=\frac{1}{4}\pi+k\cdot\pi$ (met k geheel) 2
- $t=\frac{1}{8}\pi+k\cdot\frac{1}{2}\pi$ (met k geheel) 1
- Het antwoord: $t=\frac{1}{8}\pi$ of $t=\frac{5}{8}\pi$ of $t=1\frac{1}{8}\pi$ of $t=1\frac{5}{8}\pi$ 1

of

- $-\dfrac{\cos(2t)}{\sin(2t)}=-1$ geeft $-\dfrac{1}{\tan(2t)}=-1$ 1
- $\tan(2t)=1$ 1
- $2t=\frac{1}{4}\pi+k\cdot\pi$ (met k geheel) 1
- $t=\frac{1}{8}\pi+k\cdot\frac{1}{2}\pi$ (met k geheel) 1
- Het antwoord: $t=\frac{1}{8}\pi$ of $t=\frac{5}{8}\pi$ of $t=1\frac{1}{8}\pi$ of $t=1\frac{5}{8}\pi$ 1

Ingesloten cirkel

15 maximumscore 5

- $\dfrac{MD}{OB}=\dfrac{AM}{AO}$ 1
- $AM=a-1-r$ 1
- $\dfrac{r}{1}=\dfrac{a-1-r}{a}$ 1
- $ar+r=a-1$ 1
- $r(a+1)=a-1$ (dus $r=\dfrac{a-1}{a+1}$) 1

16 maximumscore 5

- Er geldt $OB = AB = 1$ en $OB^2 + AB^2 = OA^2$ — 1
- Hieruit volgt $a = OA = \sqrt{2}$ — 1
- Invullen in de formule van het vorige onderdeel geeft $r = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ — 1
- $r = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \cdot \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$ — 1
- $r = \dfrac{2-2\sqrt{2}+1}{2-1} = 3-2\sqrt{2}$ (dus $p = 3$ en $q = -2$) — 1

of

- Er geldt $OB = AB = 1$ en $OB^2 + AB^2 = OA^2$ — 1
- Hieruit volgt $a = OA = \sqrt{2}$ — 1
- Invullen in de formule van het vorige onderdeel geeft $r = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ — 1
- Uit $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = p + q\sqrt{2}$ volgt $\sqrt{2}-1 = \left(p+q\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)$ en dus
  $\sqrt{2}-1 = (p+q)\sqrt{2} + p + 2q$, waaruit volgt $p + q = 1$ en $p + 2q = -1$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p = 3$ en $q = -2$ — 1

of

- Er geldt $OB = AB = 1$ en $OB^2 + AB^2 = OA^2$ — 1
- Hieruit volgt $a = OA = \sqrt{2}$ — 1
- $\dfrac{r}{1} = \dfrac{\sqrt{2}-1-r}{\sqrt{2}}$ (want driehoek AMD is gelijkvormig met driehoek AOB) — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p = 3$ en $q = -2$ (of $r = 3-2\sqrt{2}$) — 2

of

- Er geldt $OB = AB = 1$ en $OB^2 + AB^2 = OA^2$ — 1
- Hieruit volgt $a = OA = \sqrt{2}$ — 1
- $\sin 45° = \frac{1}{2}\sqrt{2} = \dfrac{MD}{MA} = \dfrac{r}{\sqrt{2}-1-r}$ — 1
- Een exacte berekening waaruit volgt $p = 3$ en $q = -2$ (of $r = 3-2\sqrt{2}$) — 2

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 20 juni naar Cito.