

Drie halve cirkels

Gegeven is een halve cirkel met middellijn AB en straal 4. Het middelpunt van deze cirkel is M .

Op lijnstuk AB ligt het punt C zo dat $AC = 2$.

AC en CB zijn de middellijnen van twee andere halve cirkels met stralen 1 en 3.

De middelpunten van deze twee halve cirkels zijn respectievelijk K en L .

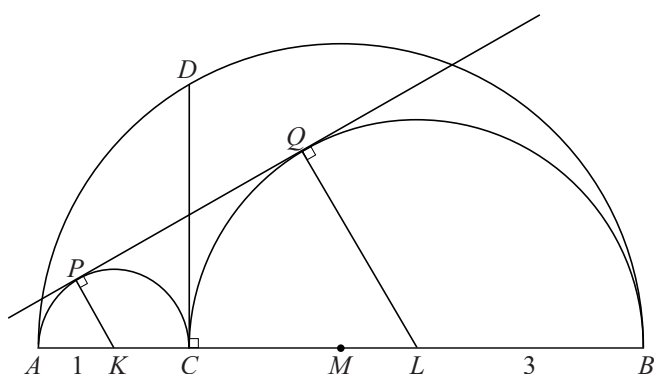
Alle halve cirkels liggen aan dezelfde kant van AB .

De lijn door C loodrecht op AB snijdt de grootste halve cirkel in punt D .

Lijn PQ is de gemeenschappelijke raaklijn aan de twee binnenste halve cirkels, waarbij P en Q de raakpunten zijn. PQ staat dus loodrecht op KP en op LQ .

Zie figuur 1.

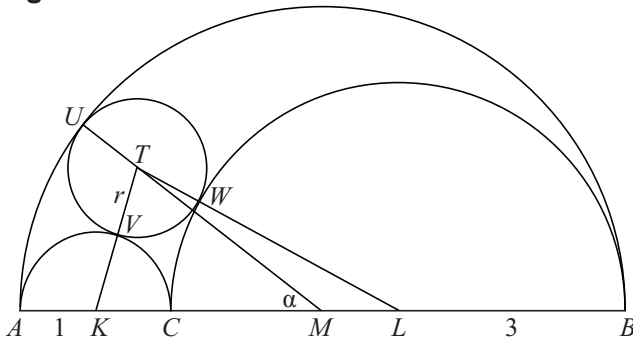
figuur 1



- 5p 10 Toon aan dat CD en PQ exact even lang zijn. Je kunt hierbij gebruik maken van de figuren op de uitwerkbijlage.

Tussen de drie halve cirkels past precies één cirkel die raakt aan elk van de drie gegeven halve cirkels. Deze cirkel heeft middelpunt T en straal r . De raakpunten van deze cirkel met de drie halve cirkels zijn U , V en W . Zie figuur 2. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 2



$\angle TMK$ noemen we α .

Gebruik van de cosinusregel in driehoek MKT geeft $\cos \alpha = \frac{12-5r}{12-3r}$.

- 5p **11** Toon aan dat inderdaad geldt: $\cos \alpha = \frac{12-5r}{12-3r}$.

Gebruik van de cosinusregel in driehoek MLT geeft bovendien $\cos \alpha = \frac{7r-4}{4-r}$.

Met behulp van de twee hierboven gegeven uitdrukkingen voor $\cos \alpha$ kan de waarde van r berekend worden.

- 4p **12** Bereken exact de waarde van r .