Kogelstoten

Kogelstoten is een onderdeel van de atletiek waarbij het doel is een zware kogel volgens een speciale techniek zover mogelijk weg te werpen; zie foto. Omdat dit veel kracht vereist, hebben kogelstoters een stevig postuur.
Voor jonge ongetrainde mensen is vooral het lichaamsgewicht van invloed op de prestatie. Hoe zwaarder de persoon is, hoe verder er gegooid kan worden.
Neem bijvoorbeeld de volgende resultaten van twee deelnemers aan een sportdag (zie tabel 1).

foto

tabel 1

Deelnemer	André	Bernard
Gewicht (kg)	52,2	74,1
Afstand (m)	12,62	16,37

Bernard heeft verder gegooid dan André, maar hij is ook zwaarder. Om hun prestaties beter te kunnen vergelijken, rekent men de gegooide afstand om in een score.
Daarvoor gebruikt men de volgende formule: $S = A - k \cdot (G - 50)$ met
- A = de gegooide afstand in meters
- G = het lichaamsgewicht van de kogelstoter in kilogrammen
- k = een correctiefactor, te bepalen door de wedstrijdjury
- S = de score

De resultaten van de omzetting van afstanden in scores met $k = 0,1$ voor André en Bernard staan in tabel 2.

tabel 2

Deelnemer	André	Bernard
Score bij $k = 0,1$	12,40	13,96

3p **1** ☐ Onderzoek of Bernard ook bij $k = 0,2$ de hoogste score heeft.

Er is een waarde van k waarbij André en Bernard een gelijke score hebben.
3p **2** ☐ Bereken die waarde van k. Rond je antwoord af op drie decimalen.

Bij een tweede manier om aan een afstand A een score T toe te kennen gebruikt men de formule: $T = A \cdot \left(\frac{50}{G}\right)^{\frac{2}{3}}$

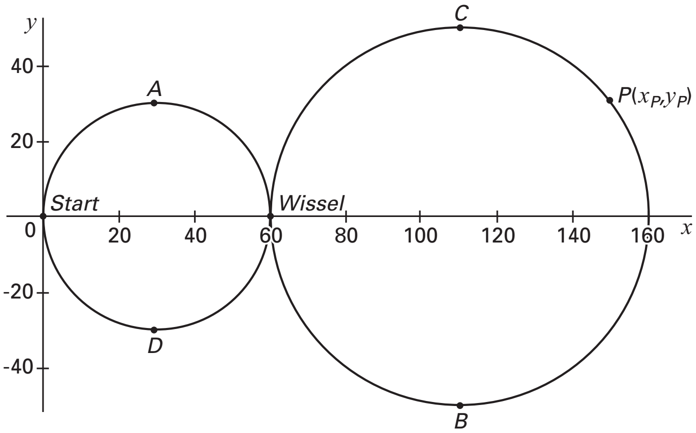
Deelnemer Cor haalde een afstand van 14,32 meter. Hij kreeg bij de eerste formule met $k = 0,1$ een score van 14,21.
4p **3** ☐ Bereken de score van Cor volgens de tweede formule.

Een kogelstoter met een gewicht van 101 kg heeft de kogel 15,71 meter ver gegooid.
Bij de formule $S = A - k \cdot (G - 50)$ hangt de waardering hiervoor af van de waarde van k.
4p **4** ☐ Onderzoek bij welke waarden van k de formule voor S een lagere waardering geeft dan de formule voor T. Rond de grenswaarde af op drie decimalen.

Trein

Jules heeft voor zijn verjaardag een elektrische trein gekregen. Op een houten plaat bevestigt hij een treinbaan. Met behulp van zijn computer tekent Jules het model van de treinbaan in een assenstelsel; zie figuur 1. Het model van de treinbaan bestaat uit cirkelvormige delen met stralen van 30 cm en 50 cm.

figuur 1



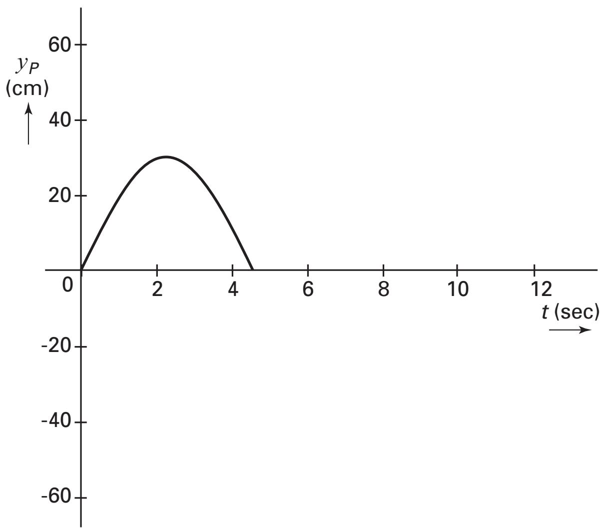
Een trein, die met een constante snelheid rijdt, legt in 24 seconden de volledige baan af volgens de route: *Start* → *A* → *Wissel* → *B* → *C* → *Wissel* → *D* → *Start*.

4p **5** ☐ Bereken de snelheid van de trein.

De voorkant van de trein wordt in het computermodel voorgesteld door een punt P met coördinaten (x_P, y_P). De waarden van x_P en y_P hangen af van de tijd t. Hierbij is t de tijd in seconden vanaf het moment dat het punt P het startpunt $O(0, 0)$ in figuur 1 passeert.

In de grafiek in figuur 2 is y_P uitgezet tegen de tijd t waarbij t tussen 0 en 4,5 ligt. Deze grafiek staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 2



3p **6** ☐ Geef bij deze grafiek een bijbehorende formule. Licht je antwoord toe.

3p **7** ☐ Teken op de uitwerkbijlage voor de eerste 12 seconden na de start de grafiek van y_P als functie van de tijd t. Licht je werkwijze toe.

wiskunde B1,2

Uitwerkbijlage bij vraag 7

Examen HAVO 2004

Tijdvak 1
Donderdag 3 juni
13.30 – 16.30 uur

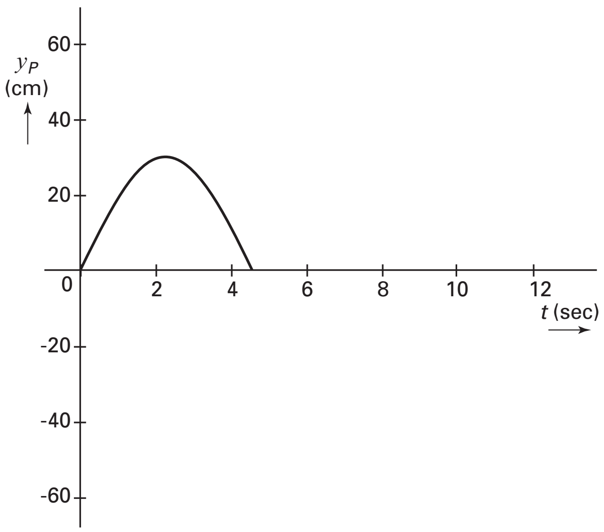
Examennummer

....

Naam

....

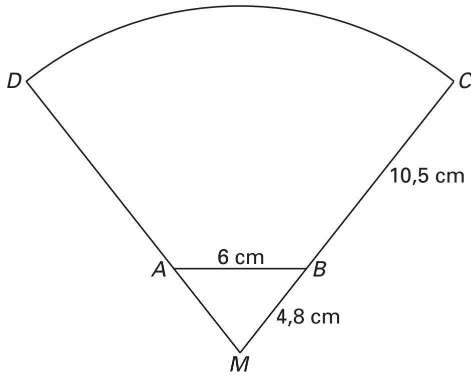
Vraag 7



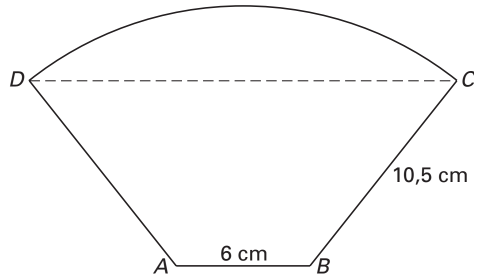
Koffiefilter en koffiefilterhouder

In platgedrukte toestand (in de verpakking) heeft een filterzakje een vorm die ontstaat door uit een cirkelsector *DMC* de gelijkbenige driehoek *AMB* weg te laten (zie figuur 3 en 4).
We gaan uit van de volgende afmetingen: $AB = 6$ cm, $MB = 4{,}8$ cm en $BC = 10{,}5$ cm.
Plakrandjes laten we buiten beschouwing.

figuur 3



figuur 4



$\angle CMD$ is, afgerond op een geheel aantal graden, gelijk aan 77°.

4p **8** ☐ Toon dat aan.

Een koffiefilter (zie figuur 4) wordt opengeknipt langs de zijden *CB* en *BA* en daarna opengevouwen om de zijde *AD*. Zo ontstaat er een uitslag van het koffiefilter.
Op de uitwerkbijlage is een begin getekend van de uitslag van het koffiefilter, schaal 1 : 3.

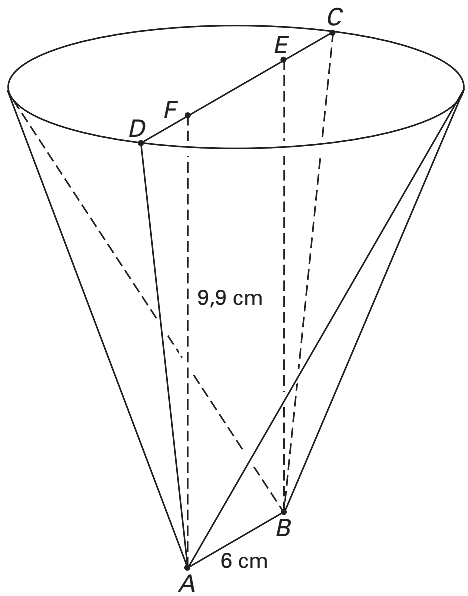
5p **9** ☐ Maak deze uitslag af. Laat in je tekening of door middel van een beschrijving duidelijk zien hoe je het aangepakt hebt.

In figuur 5 is een model van een koffiefilterhouder getekend. De hoogte *AF* is 9,9 cm.
De onderkant is het lijnstuk *AB* met een lengte van 6 cm.
De bovenrand van de houder heeft de vorm van een cirkel.

Een filter wordt opengevouwen in de koffiefilterhouder geplaatst. We nemen aan dat daarbij de bovenste rand van het filter precies samenvalt met de bovenste rand van de filterhouder.
De afstand tussen de punten *C* en *D* van het filter wordt bij het openvouwen natuurlijk kleiner.

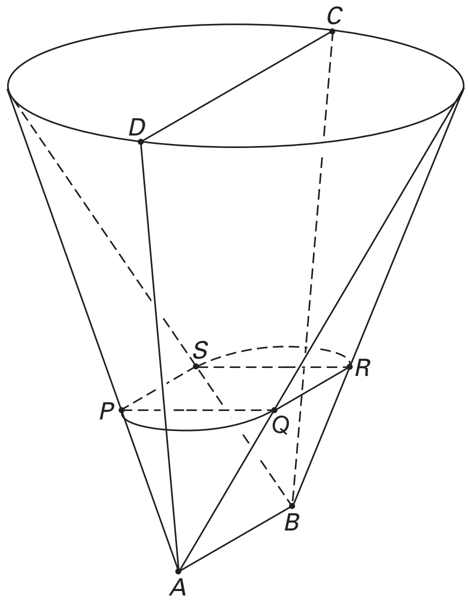
4p **10** ☐ Bereken de middellijn *CD* van de filterhouder.
Geef je antwoord in centimeters, afgerond op één decimaal.

figuur 5



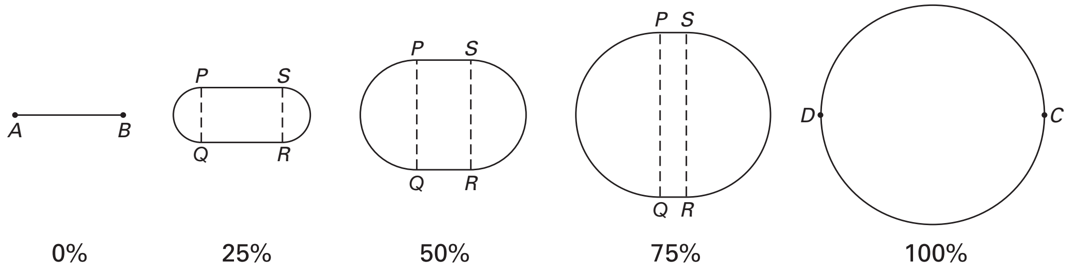
In figuur 6 is op een bepaalde hoogte de dwarsdoorsnede van de koffiefilterhouder getekend.
Deze dwarsdoorsnede is een figuur die bestaat uit een rechthoek *PQRS* en twee halve cirkels met middellijnen *PQ* en *RS*.
We nemen aan dat *CD* exact gelijk is aan 13 cm.

figuur 6



In figuur 7 zijn (op schaal) parallelle doorsneden getekend van de houder op 0%, 25%, 50%, 75% en 100% van de hoogte.

figuur 7



6p **11** ☐ Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede op eenderde deel van de hoogte.
Geef je antwoord in cm^2.

Uitwerkbijlage bij vraag 9

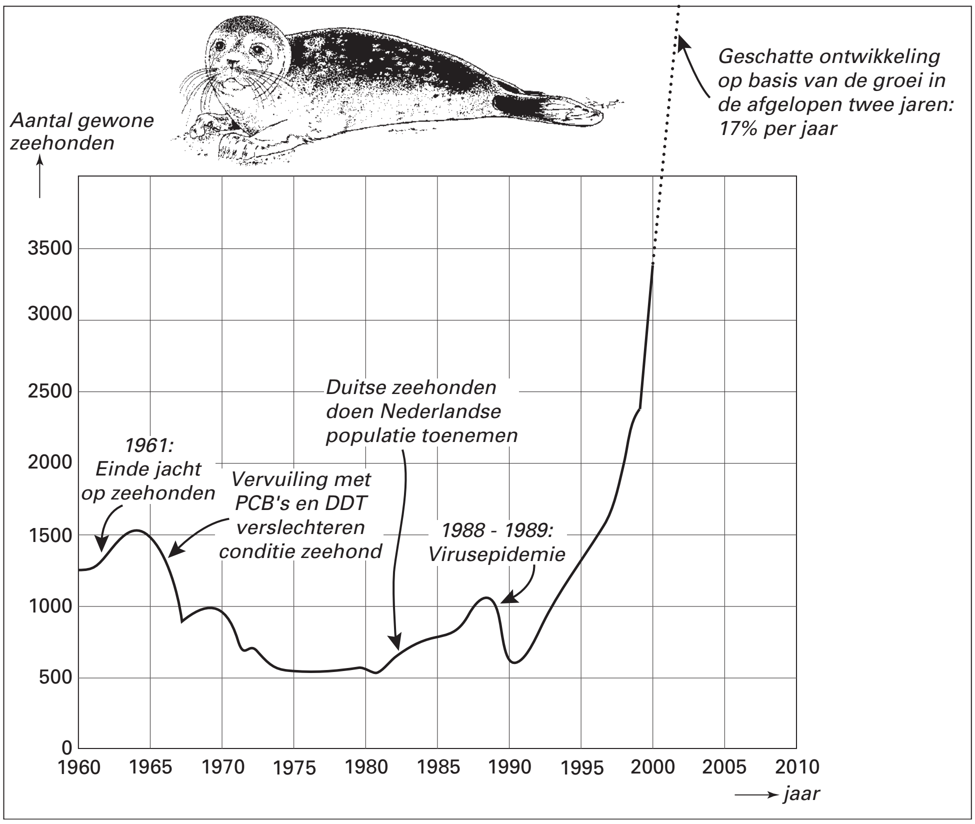
Vraag 9

Zeehonden

In een artikel van 19 mei 2001 in de Volkskrant wordt de ontwikkeling van de zeehondenpopulatie in de Nederlandse Waddenzee beschreven.
De grafiek in figuur 8 komt uit dit artikel.

figuur 8

Getelde zeehonden in de Nederlandse Waddenzee



In het krantenartikel wordt gemeld dat er in 2000 en 2001 sprake is van een populatiegroei van 17 procent per jaar. Neem bij de volgende twee vragen aan dat dit juist is.
Aan het eind van 2001 waren er ongeveer 3900 zeehonden.

3p **12** ☐ Bereken het aantal zeehonden aan het eind van 1999.

In hetzelfde krantenartikel wordt de volgende conclusie getrokken:
Bij voortzetting van de huidige exponentiële groei zal de maximale capaciteit van de Waddenzee snel bereikt zijn. De maximale capaciteit van de Waddenzee is 16 000.

3p **13** ☐ Bereken in welk jaar deze maximale capaciteit bereikt wordt.

Het wiskundig model waarin de zeehondenpopulatie met een vast percentage per jaar zal blijven groeien, is onwaarschijnlijk.
Daarom wordt een ander wiskundig model voor het aantal zeehonden voorgesteld.

Dit andere model wordt gegeven door de formule: $A = \dfrac{16000}{1 + 3{,}84 \cdot \mathrm{e}^{-a\,t}}$

Hierin is A het aantal zeehonden, t de tijd in jaren vanaf eind 2000 en a een positieve constante.

Dit laatste model stemt voor een bepaalde waarde van a overeen met het aantal van 3900 zeehonden dat eind 2001 geteld werd.

3p **14** ☐ Bereken deze waarde van a in drie decimalen nauwkeurig.

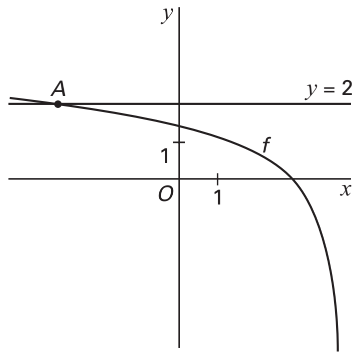
Logaritmische functies

Gegeven is de functie $f(x) = \ln(4 - x)$.

De grafiek van f snijdt de lijn met vergelijking $y = 2$ in het punt A. Zie figuur 9.

3p **15** ☐ Bereken algebraïsch de exacte waarde van de x-coördinaat van punt A.

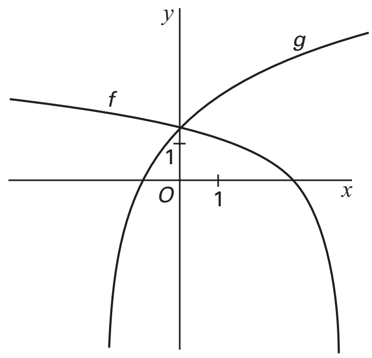
figuur 9



Gegeven is verder de functie $g(x) = 2 \cdot \ln(x + 2)$.

In figuur 10 zijn de grafieken van de functies f en g getekend.

figuur 10



De grafiek van g kun je krijgen uit de grafiek van $y = \ln(x)$ door op deze laatste eerst een verschuiving en daarna een vermenigvuldiging toe te passen.

2p **16** ☐ Welke verschuiving en vermenigvuldiging zijn dat?

Met domein $-2 < x < 4$ is de functie h gegeven door $h(x) = f(x) + g(x)$.

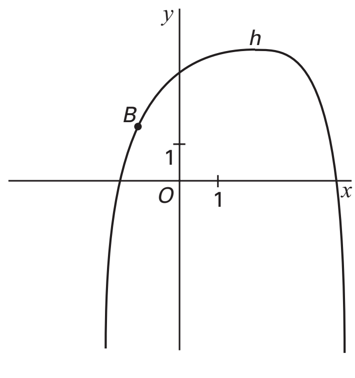
Het functievoorschrift van h kan geschreven worden als $h(x) = \ln(16 + 12x - x^3)$.

5p **17** ☐ Toon dit algebraïsch aan.

Op de grafiek van h ligt een punt B.
In dit punt B is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van h gelijk aan 2.
Zie figuur 11.

6p **18** ☐ Bereken met behulp van differentiëren van h de x-coördinaat van B.
Rond je antwoord af op twee decimalen.

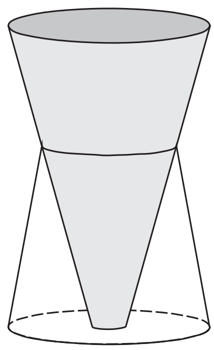
figuur 11



Vaas

In een reclamefolder van een warenhuis staat een afbeelding van een vaas (zie figuur 12). De vaas bestaat uit twee delen. Elk deel heeft de vorm van een afgeknotte kegel. De onderste afgeknotte kegel is van doorzichtig glas gemaakt. Het bovenste deel is van matglas gemaakt (grijs gekleurd). Zowel het doorzichtige als het matglazen deel rusten op de grond.
De afmetingen van de twee delen zijn dusdanig, dat het bovenste deel het onderste helemaal afsluit.

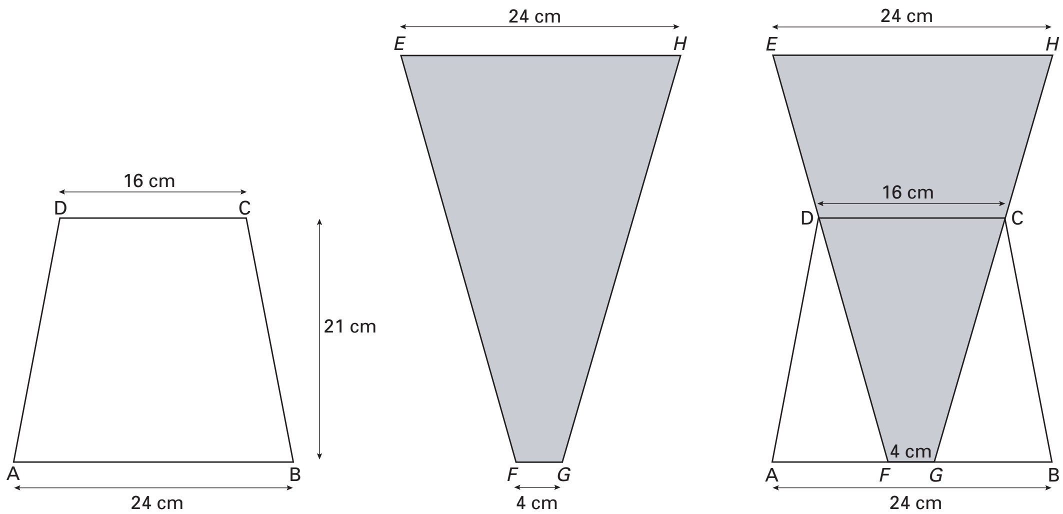
figuur 12



In deze opgave verwaarlozen we bij de berekeningen de dikte van het glas.

In de onderstaande figuur zijn de afzonderlijke vooraanzichten van de twee onderdelen van de vaas en een vooraanzicht van de vaas in zijn geheel weergegeven.

figuur 13



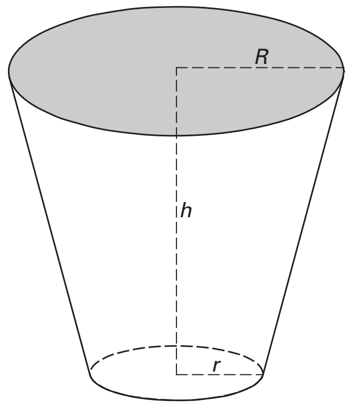
De diameters van de cirkels van grondvlak en bovenvlak zijn bij het onderste deel 24 cm en 16 cm.
Van het bovenste deel zijn deze diameters 4 cm en 24 cm.
De hoogte van het onderste deel is 21 cm.
Hieruit kan worden afgeleid dat de hoogte van de vaas 35 cm is.

4p **19** ☐ Toon dit aan.

6p **20** ☐ Bereken de hoek die AD en EF in het vooraanzicht met elkaar maken.
Geef je antwoord in graden en rond af op één decimaal.

De formule $R = -\frac{1}{2}r + \sqrt{\frac{3V}{\pi h} - \frac{3}{4}r^2}$ geeft het verband weer tussen r en R (de stralen van het grond- en bovenvlak), h (de afstand tussen grond- en bovenvlak) en V (het volume) van de afgeknotte kegel; hierbij zijn de afstanden in cm en het volume in cm^3. Zie figuur 14.

figuur 14



De ontwerpafdeling wil een vaas ontwerpen waarbij voor de matglazen afgeknotte kegel het volgende geldt:
- het volume is 5000 cm^3
- de hoogte is 30 cm
- de straal van het bovenvlak is twee maal zo groot als die van het grondvlak

4p **21** ☐ Bereken hoe groot r en R in deze situatie zijn.
Geef je antwoord in centimeters en rond af op één decimaal.