Eindexamen wiskunde B1-2 havo 2003-II

Vierkant

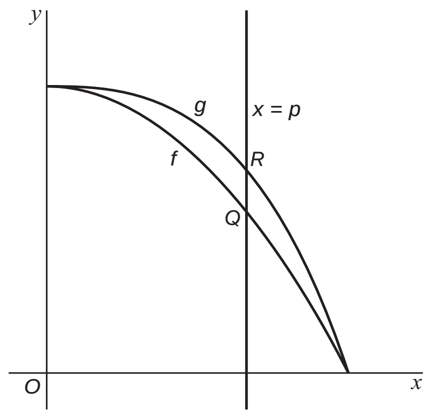
Op het interval [0, 1] is gegeven de functie $f(x) = 1 - x^2$.

De grafiek van f snijdt de lijn $y = x$ in een punt T.

3p **5** ☐ Bereken de coördinaten van T. Rond deze coördinaten af op drie decimalen.

Op het interval [0, 1] is ook gegeven de functie $g(x) = 1 - x^3$. Een verticale lijn met vergelijking $x = p$ snijdt de grafieken van f en g in twee punten Q en R. Zie figuur 4.

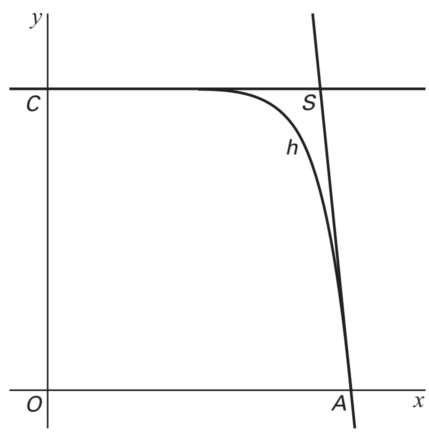
figuur 4



6p **6** ☐ Bereken met behulp van differentiëren voor welke waarde van p, met $0 < p < 1$, de lengte van QR maximaal is.

Op het interval [0, 1] is de functie h gegeven door $h(x) = 1 - x^{10}$.
De grafiek van h snijdt de x-as in $A(1, 0)$ en de y-as in $C(0, 1)$.
De raaklijn aan de grafiek van h in het punt A snijdt de lijn $y = 1$ in het punt S. Zie figuur 5.

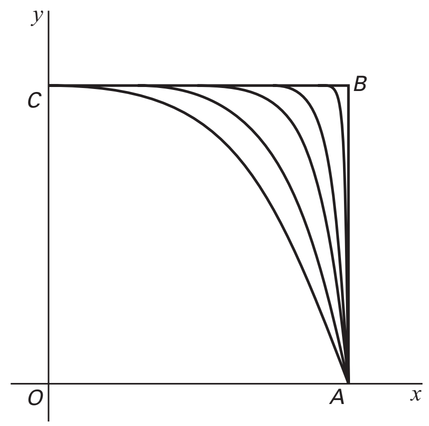
figuur 5



4p **7** ☐ Bereken de coördinaten van S.

Op het interval [0, 1] is de familie van functies $k(x) = 1 - x^n$ gegeven. Hierin is n een positief geheel getal. De functies f, g en h behoren tot deze familie.
Hoe groter de waarde van n is, hoe meer de grafiek van k, aangevuld met de lijnstukken OA en OC, lijkt op een vierkant $OABC$.
In figuur 6 zijn voor enkele waarden van n de grafieken van k met het vierkant $OABC$ getekend.

figuur 6



Voor elke waarde van n snijdt de raaklijn in het punt A aan de grafiek van k de lijn $y = 1$ in een punt S. Hoe groter n is, hoe kleiner de afstand SB is.

5p **8** ☐ Bereken voor welke waarden van n de afstand SB kleiner is dan 0,001.

Voor elke waarde van n snijdt de grafiek van k het lijnstuk OB in een punt T. Hoe groter n is, hoe dichter T bij punt B ligt.

5p **9** ☐ Onderzoek voor welke waarden van n de x-coördinaat van T minder dan 0,1 verschilt van de x-coördinaat van B.