

Craps

Craps is een bekend Amerikaans casinospel. De speler, de shooter genoemd, gooit met twee zuivere dobbelstenen. Is bij de eerste worp de som van de ogen 7 of 11, dan heeft hij gewonnen. Is de som 2, 3 of 12, dan heeft de bank gewonnen. Bij alle andere worpen (met som 4, 5, 6, 8, 9 of 10) gaat het spel nog verder.

In het vervolg van de opgave wordt met een worp van 2, 3, 4 enzovoorts steeds bedoeld een worp met twee dobbelstenen waarbij de som van het aantal ogen gelijk is aan 2, 3, 4 enzovoorts.

foto

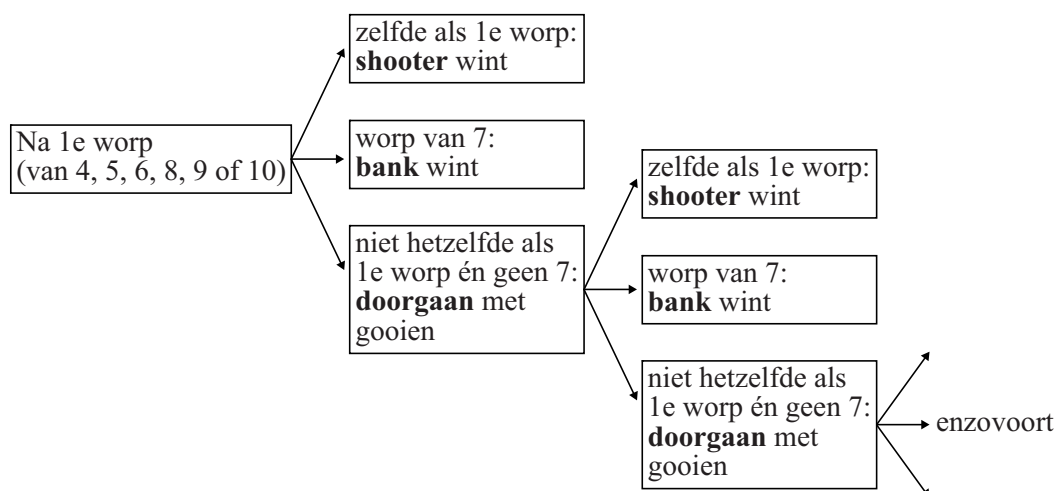


De kans dat de shooter na één worp gewonnen heeft, is twee keer zo groot als de kans dat hij na één worp verloren heeft.

4p 19 Laat dat met een berekening zien.

Als de eerste worp gelijk is aan 4, 5, 6, 8, 9 of 10, dan gooit de shooter opnieuw. Hij gooit de dobbelstenen dan net zo lang tot hij hetzelfde aantal ogen als in zijn eerste worp gooit of 7. In het eerste geval wint hij, in het tweede geval wint de bank. Zie het schema in de figuur.

figuur



We rekenen het door voor het geval waarin de eerste worp een 4 is. De shooter wint als hij weer 4 werpt en de bank wint als de shooter 7 werpt. Als hij iets anders werpt dan 4 of 7, moet hij opnieuw gooien en is de situatie precies hetzelfde als vóór de worp. Dat levert de volgende vergelijking op:

$$p = P(4) + P(\text{geen 4 en geen 7}) \cdot p$$

Hierbij is p de kans dat de shooter na een eerste worp van 4 alsnog wint. $P(4)$ is de kans dat hij in een beurt som 4 werpt en $P(\text{geen 4 en geen 7})$ is de kans dat hij in een beurt geen 4 en ook geen 7 werpt.

- 4p 20 Bereken $P(4)$ en $P(\text{geen 4 en geen 7})$ en bereken met behulp daarvan de kans p .

De shooter kan bij een eerste worp van 4 winnen maar ook bij andere eerste worpen. Men kan berekenen dat de totale kans dat de shooter wint bij dit spel gelijk is aan $\frac{244}{495}$.

De shooter betaalt voor elk spelletje € 10 aan de bank: de inzet. Als de shooter wint, betaalt de bank € 20 uit aan de shooter. Als de shooter verliest, krijgt hij niets uitbetaald. Zie de tabel.

tabel

winst voor de bank	€ 10	–€ 10
kans		$\frac{244}{495}$

- 3p 21 Bereken de verwachtingswaarde van de winst voor de bank bij één spelletje. Rond je antwoord af op centen.