

Parabolen met gemeenschappelijke raaklijn

Voor elke waarde van p is de functie f_p gegeven door:

$$f_p(x) = (x - p)^2 + 2p$$

De grafieken van deze functies zijn parabolen.

Twee van deze parabolen gaan door de oorsprong.

- 4p 1 Bereken exact de coördinaten van de toppen van deze twee parabolen.

Verder is gegeven de lijn k met vergelijking $y = 2x - 1$.

Voor elke waarde van p raakt de lijn k aan de grafiek van f_p in het punt met coördinaten $(p+1; 2p+1)$.

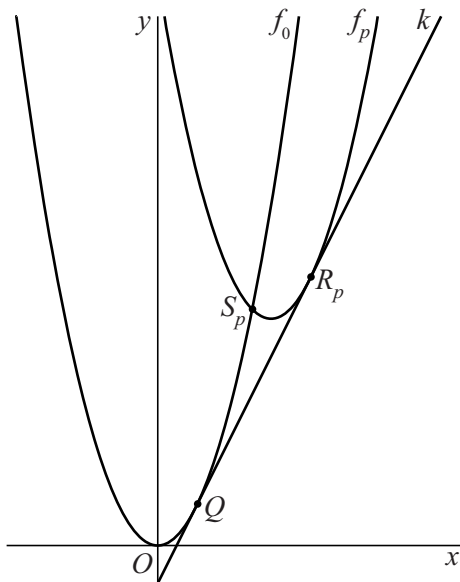
- 4p 2 Bewijs dat het punt $(p+1; 2p+1)$ inderdaad raakpunt is.

We bekijken de functies f_0 en f_p (met $p \neq 0$).

De lijn k raakt de grafiek van f_0 in Q en de grafiek van f_p in R_p .

De grafieken van f_0 en f_p snijden elkaar in S_p . Zie figuur 1.

figuur 1

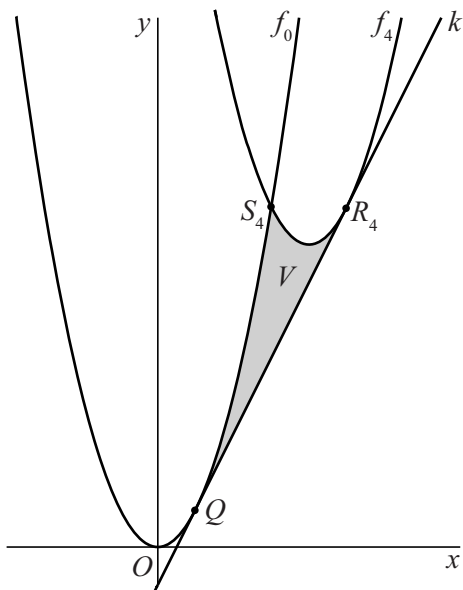


Er geldt: de x -coördinaat van S_p is het gemiddelde van de x -coördinaten van Q en R_p .

- 5p 3 Bewijs dit.

De grafieken van f_0 en f_4 en de gemeenschappelijke raaklijn k sluiten een gebied V in.
Zie figuur 2, waarin gebied V met grijs is aangegeven.

figuur 2



6p 4 Bereken exact de oppervlakte van V .