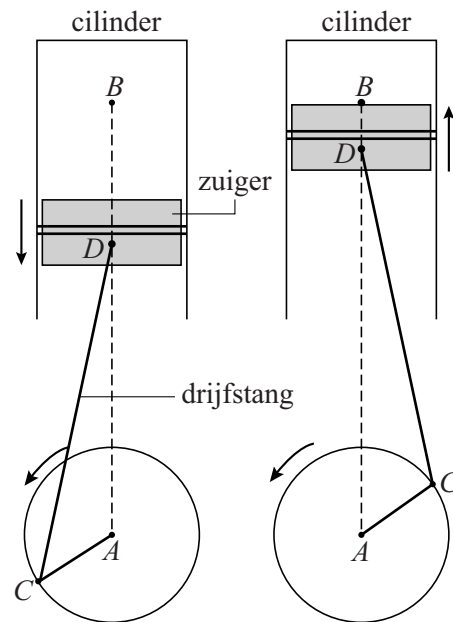


In een automotor wordt de op- en neergaande beweging van een zuiger via een drijfstang omgezet in een draaiende beweging. In figuur 1 zijn twee standen getekend. In de eerste stand beweegt de zuiger omlaag en in de tweede stand omhoog.

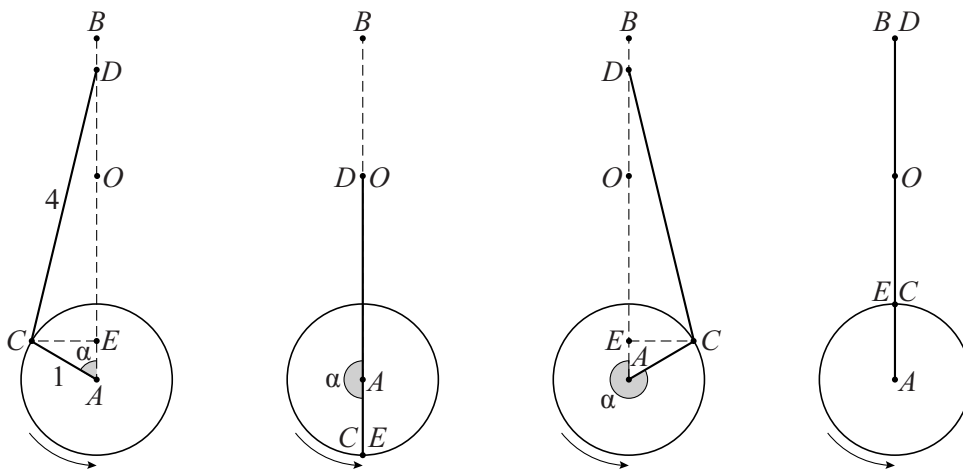
**figuur 1**



In figuur 2 zijn vier standen schematisch getekend.  $A$  is een vast punt,  $D$  beweegt verticaal over  $AB$  en  $C$  draait over een cirkel met straal 1 en middelpunt  $A$  waarbij  $CD$  een vaste lengte 4 heeft.

De grootte van hoek  $CAD$  (in radialen) noemen we  $\alpha$ . Punt  $E$  is de loodrechte projectie van  $C$  op lijn  $AD$ .

**figuur 2**



Punt  $D$  beweegt op en neer tussen zijn hoogste punt  $B$  ( $\alpha = 0$  en  $\alpha = 2\pi$ ) en zijn laagste punt  $O$  ( $\alpha = \pi$ ).

De afstand van  $D$  tot  $B$  noemen we  $s$ .

$s$  hangt af van  $\alpha$ . Er geldt:  $s = 5 - \cos(\alpha) - \sqrt{16 - \sin^2(\alpha)}$ , met  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ .

- 5p **4** Bewijs dit voor de meest linkse van de in figuur 2 getekende standen (dus voor  $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$ ).

In de techniek wordt  $s$  soms benaderd met behulp van de formule  $z = 1 - \cos(\alpha) + \frac{1}{8}\sin^2(\alpha)$ .

Om te onderzoeken of de formule  $z = 1 - \cos(\alpha) + \frac{1}{8}\sin^2(\alpha)$  een goede benadering voor  $s$  geeft, wordt het maximale verschil tussen  $s$  en  $z$  berekend.

3p **5** Bereken in drie decimalen nauwkeurig dit maximale verschil.

Zowel in  $B$  als in  $O$  is de snelheid van de zuiger gelijk aan 0. Tijdens de beweging wordt voor een waarde van  $\alpha$ , met  $0 < \alpha < \pi$ , de maximale zuigersnelheid bereikt.

4p **6** Stel een formule voor de afgeleide van  $z$  op en bereken hiermee de maximale zuigersnelheid. Rond je antwoord af op twee decimalen.