Correctievoorschrift VWO

2016

tijdvak 1

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.
Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:
1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het bij de toets behorende correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden met inachtneming van het correctievoorschrift toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB
Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift te laat zou komen.
In dat geval houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 77 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:
1. Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
2. De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Kettinglijn

1 maximumscore 4

- $f'(x) = \frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}x} - e^{-\frac{1}{2}x}$ — 1
- $f'(x) = 0$ geeft $\frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}x} = e^{-\frac{1}{2}x}$ — 1
- Hieruit volgt $e^x = 4$ — 1
- Dus $x = \ln(4)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

2 maximumscore 5

- De hoogte van B is $f(6) \approx 11{,}6$ (of nauwkeuriger) — 1
- De lengte van de kabel is gelijk aan $\int_0^6 \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\,dx$ — 1
- Beschrijven hoe deze integraal (met de GR) kan worden berekend — 1
- De lengte van de kabel is 11,4 (of nauwkeuriger) — 1
- ($11{,}4 < 11{,}6$ dus) de kabel raakt de grond niet — 1

Opmerking
Als de kandidaat een bij de vorige vraag foutief berekende afgeleide heeft gebruikt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

3 maximumscore 6

- De y-coördinaat van T is $3\frac{1}{2}$ (of 3,5) — 1
- De formule voor de parabool is van de vorm $y = a(x - \ln(4))^2 + 3\frac{1}{2}$ (of $y = a(x - 1{,}4)^2 + 3{,}5$) — 1
- De y-coördinaat van A is 4 — 1
- Invullen van (0, 4) in $y = a(x - \ln(4))^2 + 3\frac{1}{2}$ (of $y = a(x - 1{,}4)^2 + 3{,}5$) geeft $a = \dfrac{1}{2\ln^2(4)}$ (of $a \approx 0{,}255$) — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} + 2e^{-\frac{1}{2}x} + 1\frac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2\ln^2(4)}(x - \ln(4))^2 + 3\frac{1}{2}\right) = 1$ (of $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} + 2e^{-\frac{1}{2}x} + 1\frac{1}{2} - \left(0{,}255(x - 1{,}4)^2 + 3{,}5\right) = 1$) met de GR kan worden opgelost — 1
- Het antwoord: $x \approx 5{,}1$ (of $x \approx 5{,}0$) — 1

Automotor

4 maximumscore 5

- $AB = 5$ 1
- $AE = \cos(\alpha)$ 1
- $CE = \sin(\alpha)$, dus (met de stelling van Pythagoras in driehoek *ECD*) $ED = \sqrt{16 - \sin^2(\alpha)}$ 2
- $s = AB - AE - ED = 5 - \cos(\alpha) - \sqrt{16 - \sin^2(\alpha)}$ 1

5 maximumscore 3

- $|s - z| = \left|5 - \cos(\alpha) - \sqrt{16 - \sin^2(\alpha)} - (1 - \cos(\alpha) + \frac{1}{8}\sin^2(\alpha))\right|$ 1
- Beschrijven hoe het maximum van $|s - z|$ met de GR kan worden berekend 1
- Het maximale verschil is 0,002 1

Opmerking
Als zonder expliciet gebruik van de notatie van de absolute waarde het goede antwoord gevonden wordt, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

6 maximumscore 4

- $z'(\alpha) = \sin(\alpha) + \frac{1}{4}\sin(\alpha)\cos(\alpha)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Beschrijven hoe het maximum van $z'(\alpha)$ gevonden kan worden (of een aanpak waarbij $z''(\alpha) = 0$ opgelost wordt) 1
- Het gevraagde antwoord is 1,03 1

Omgeschreven cirkel

7 maximumscore 4

- E is het midden van AB; *loodlijn op koorde* 1
- MD staat loodrecht op AB en gaat door het midden van AB, dus MD is de middelloodlijn van AB (; *middelloodlijn*) 1
- D ligt op de middelloodlijn van AB, dus $AD = BD$ 1
- Dus $\angle ACD = \angle BCD$; *boog en koorde* (dus CD is bissectrice van $\angle ACB$) 1

of

- E is het midden van AB; *loodlijn op koorde* 1
- ($AE = EB$,) $ED = ED$ en $\angle AED = \angle BED$, dus $\Delta AED \cong \Delta BED$; *ZHZ* 1
- Hieruit volgt $AD = BD$ 1
- Dus $\angle ACD = \angle BCD$; *boog en koorde* (dus CD is bissectrice van $\angle ACB$) 1

of

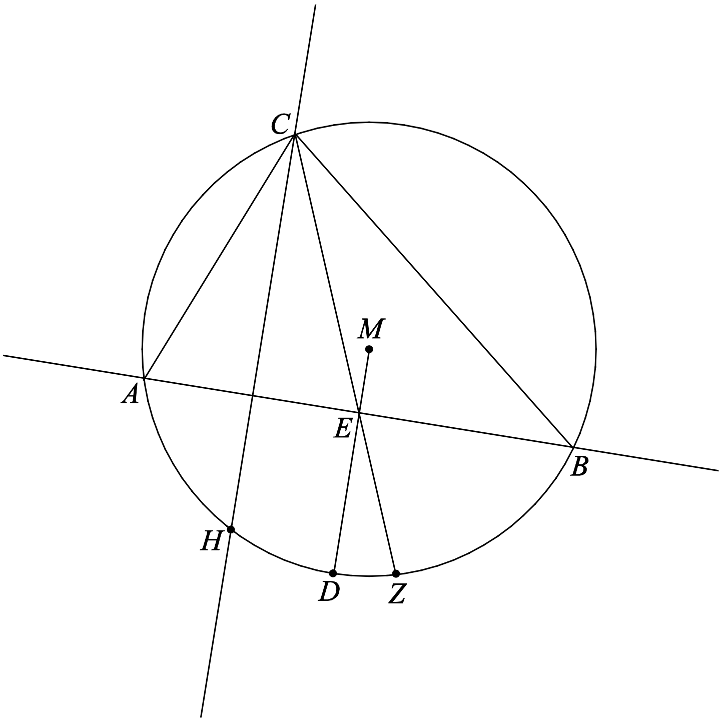
- E is het midden van AB; *loodlijn op koorde* 1
- ($AE = EB$,) $ED = ED$ en $\angle AED = \angle BED$, dus $\Delta AED \cong \Delta BED$; *ZHZ* 1
- $\angle ACD = \angle ABD$ en $\angle BCD = \angle BAD$; *constante hoek* 1
- $\angle ABD = \angle BAD$, dus $\angle ACD = \angle BCD$ (dus CD is bissectrice van $\angle ACB$) 1

of

- $AM = BM$ (; *cirkel*) 1
- ($AM = BM$,) $EM = EM$ en $\angle AEM = \angle BEM = 90°$, dus $\Delta AEM \cong \Delta BEM$; *ZZR* 1
- Hieruit volgt $\angle AMD = \angle BMD$, dus $\frac{1}{2}\angle AMD = \frac{1}{2}\angle BMD$ 1
- $\frac{1}{2}\angle AMD = \angle ACD$ en $\frac{1}{2}\angle BMD = \angle BCD$; *omtrekshoek*, dus $\angle ACD = \angle BCD$ (dus CD is bissectrice van $\angle ACB$) 1

8 **maximumscore 4**

- Het tekenen van de lijn door *H*, evenwijdig aan *MD*; deze lijn snijdt de cirkel in *C* — 1
- Het tekenen van lijn *CZ*; deze lijn snijdt *MD* in *E* — 1
- Het tekenen van de lijn door *E*, loodrecht op *MD*; deze lijn snijdt de cirkel in *A* en *B* — 1
- Het tekenen van driehoek *ABC* — 1



Opmerking
Als A en B van plaats gewisseld zijn, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores

Raaklijnen aan twee parabolen

9 maximumscore 6

- De toppen van de parabolen zijn $(0,-1)$ en $(0,3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0,1)$ — 1
- Voor de x-coördinaten van de raakpunten moet gelden $f'(x)=\dfrac{f(x)-1}{x}$, waarbij $f(x)=x^2+3$ (of $f(x)=-x^2-1$) — 1
- Dit geeft $2x=\dfrac{x^2+2}{x}$ — 1
- $x=\sqrt{2}$ of $x=-\sqrt{2}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y=-2\sqrt{2}\cdot x+1$ en $y=2\sqrt{2}\cdot x+1$ — 2

of

- De toppen van de parabolen zijn $(0,-1)$ en $(0,3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0,1)$ (en zijn dus van de vorm $y=ax+1$) — 1
- In het raakpunt van de raaklijn en de dalparabool zijn de hellingen gelijk, dus voor de x-coördinaat van het raakpunt geldt $a=2x$, ofwel $x=\frac{1}{2}a$ — 1
- Het raakpunt ligt op de raaklijn, dus $y=a\cdot\frac{1}{2}a+1=\frac{1}{2}a^2+1$ — 1
- Het raakpunt ligt op de dalparabool, dus $y=\left(\frac{1}{2}a\right)^2+3=\frac{1}{4}a^2+3$ — 1
- $\frac{1}{2}a^2+1=\frac{1}{4}a^2+3$ geeft $a=\sqrt{8}$ of $a=-\sqrt{8}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y=\sqrt{8}\cdot x+1$ en $y=-\sqrt{8}\cdot x+1$ — 1

of

- De toppen van de parabolen zijn $(0,-1)$ en $(0,3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0,1)$ (en zijn dus van de vorm $y=ax+1$) — 1
- De lijn $y=ax+1$ is raaklijn aan de parabool $y=x^2+3$ als de discriminant van de vergelijking $x^2+3=ax+1$ gelijk aan 0 is — 1
- Daaruit volgt $a^2-8=0$ — 2
- Dit geeft $a=\sqrt{8}$ of $a=-\sqrt{8}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y=\sqrt{8}\cdot x+1$ en $y=-\sqrt{8}\cdot x+1$ — 1

of

•	De lijn $y = ax + b$ is raaklijn aan de parabool $y = x^2 + 3$ als de discriminant van de vergelijking $x^2 + 3 = ax + b$ gelijk aan 0 is	1
•	Daaruit volgt $a^2 - 4(3 - b) = 0$	1
•	Evenzo leidt het nul stellen van de discriminant van de vergelijking $-x^2 - 1 = ax + b$ tot $a^2 - 4(b + 1) = 0$	1
•	Uit deze twee vergelijkingen volgt $b = 1$ en $a^2 = 8$	1
•	Dit geeft $a = \sqrt{8}$ of $a = -\sqrt{8}$	1
•	Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = \sqrt{8} \cdot x + 1$ en $y = -\sqrt{8} \cdot x + 1$	1

of

•	De raakpunten zijn $(p,\ p^2 + 3)$ en $(-p, -p^2 - 1)$ (voor zekere waarden van p)	1
•	De lijn door deze punten heeft richtingscoëfficiënt $\frac{2p^2 + 4}{2p}$	1
•	(Met de afgeleide vinden we:) de helling in de raakpunten is $2p$	1
•	$\frac{2p^2 + 4}{2p} = 2p$ geeft $p = -\sqrt{2}$ of $p = \sqrt{2}$	1
•	Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = -2\sqrt{2} \cdot x + 1$ en $y = 2\sqrt{2} \cdot x + 1$	2

Vierkant bij een grafiek

10 maximumscore 5

- De inhoud kan worden berekend met behulp van de integraal
  $\pi \cdot \int \left(16^2 - \left(\frac{16}{\sqrt{x}}\right)^2\right) \mathrm{d}x$ 2
- De grenzen zijn 1 en 17 1
- Een primitieve van $256 - \frac{256}{x}$ is (voor $x > 0$) $256x - 256\ln(x)$ 1
- De gevraagde inhoud is $\pi\left(4096 - 256\ln(17)\right)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- De inhoud kan worden berekend met behulp van de integraal
  $\pi \cdot 16^2 \cdot 16 - \pi \cdot \int \left(\frac{16}{\sqrt{x}}\right)^2 \mathrm{d}x$ 2
- De grenzen zijn 1 en 17 1
- Een primitieve van $\frac{256}{x}$ is (voor $x > 0$) $256\ln(x)$ 1
- De gevraagde inhoud is $\pi\left(4096 - 256\ln(17)\right)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Opmerking

Als de integraal $\pi \cdot \int \left(16 - \left(\frac{16}{\sqrt{x}}\right)\right)^2 \mathrm{d}x$ *is gebruikt, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*

11 maximumscore 5

- $AB = AD = \frac{16}{\sqrt{a}}$, dus $b = a + \frac{16}{\sqrt{a}}$ $\left(= a + 16a^{-\frac{1}{2}}\right)$ 1
- $\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}a} = 1 - 8a^{-\frac{3}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- b is minimaal als $1 - 8a^{-\frac{3}{2}} = 0$ 1
- Dit geeft $a^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8}$ 1
- Dus $a = 4$ en $b = 4 + \frac{16}{2} = 12$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Snelheid op een baan

12 maximumscore 7

- In B geldt $\sin(2t)+\sin(t)=0$ 1
- Dit geeft ($2\sin(t)\cos(t)+\sin(t)=0$ en dan volgt) $\sin(t)(2\cos(t)+1)=0$ 1
- (In B geldt) $\cos(t)=-\frac{1}{2}$ (en in A en C geldt $\sin(t)=0$) 1
- Dus in B geldt $t=\frac{2}{3}\pi$ 1
- $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2\cos(2t)+\cos(t)$ en $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-\sin(t)$ 2
- In B is de snelheid
  $\sqrt{(2\cos(2\cdot\frac{2}{3}\pi)+\cos(\frac{2}{3}\pi))^2+(-\sin(\frac{2}{3}\pi))^2}$ $(=\sqrt{(-1-\frac{1}{2})^2+(-\frac{1}{2}\sqrt{3})^2})=\sqrt{3}$ 1

of

- In B geldt $\sin(2t)+\sin(t)=0$ 1
- Dit geeft $\sin(2t)(=-\sin(t))=\sin(-t)$, dus $2t=-t+k\cdot 2\pi$ of
  $2t=\pi-(-t)+k\cdot 2\pi$ (k geheel) 1
- $t=k\cdot\frac{2}{3}\pi$ of $t=\pi+k\cdot 2\pi$ (k geheel) 1
- Dus in B geldt $t=\frac{2}{3}\pi$ 1
- $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2\cos(2t)+\cos(t)$ en $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-\sin(t)$ 2
- In B is de snelheid
  $\sqrt{(2\cos(2\cdot\frac{2}{3}\pi)+\cos(\frac{2}{3}\pi))^2+(-\sin(\frac{2}{3}\pi))^2}$ $(=\sqrt{(-1-\frac{1}{2})^2+(-\frac{1}{2}\sqrt{3})^2})=\sqrt{3}$ 1

Driehoek met dubbele hoek

13 maximumscore 4

- $\angle ACB = \angle AEB$; *constante hoek* — 1
- $\angle ABE = 90°$; *Thales* — 1
- $\angle BAD = 180° - \angle ABE - \angle AEB = 180° - 90° - \gamma = 90° - \gamma$; *hoekensom driehoek* — 1
- $\angle BDA = 180° - \angle BAD - \angle ABD = 180° - (90° - \gamma) - 2\gamma = 90° - \gamma = \angle BAD$ (dus driehoek ABD is gelijkbenig); *hoekensom driehoek* (; *gelijkbenige driehoek*) — 1

of

- $\angle ACB = \angle AEB$; *constante hoek* — 1
- $\angle DBE = 90° - 2\gamma$; *Thales* — 1
- $\angle ADB = 90° - \gamma$; *buitenhoek* — 1
- $\angle BAD = 90° - \gamma$; *hoekensom driehoek* (dus driehoek ABD is gelijkbenig) — 1

of

- $\angle AMB = 2 \cdot \angle ACB$; *omtrekshoek* — 1
- Ook $\angle ABC = 2 \cdot \angle ACB$, dus $\angle AMB = \angle ABC$ — 1
- Verder geldt $\angle BAM = \angle DAB$, dus $\Delta AMB \sim \Delta ABD$; *hh* — 1
- Wegens $MA = MB$ is driehoek AMB gelijkbenig, dus driehoek ABD is ook gelijkbenig (; *gelijkbenige driehoek*) — 1

14 maximumscore 5

- $\angle CAF = \angle ACB = \gamma$; *Z-hoeken* — 1
- $\alpha = \angle CAF = \gamma$; *hoek tussen koorde en raaklijn* — 1
- $\angle AFC = 180° - \angle ABC = 180° - 2\gamma$; *koordenvierhoek* — 1
- $\beta = 180° - \angle AFC - \alpha = 180° - (180° - 2\gamma) - \gamma = \gamma$; *gestrekte hoek* — 1
- $\angle CAF = \beta$, dus l is evenwijdig aan AC; *Z-hoeken* — 1

of

- $\angle CAF = \angle ACB = \gamma$; *Z-hoeken* — 1
- $\angle AFC = 180° - \angle ABC = 180° - 2\gamma$; *koordenvierhoek* — 1
- $\angle ACF = (180° - \gamma - (180° - 2\gamma) =)\ \gamma$; *hoekensom driehoek* — 1
- $\beta = \gamma$; *hoek tussen koorde en raaklijn* — 1
- $\angle CAF = \beta$, dus l is evenwijdig aan AC; *Z-hoeken* — 1

De kromme van Agnesi

15 maximumscore 3

- $\frac{1}{x^2+1} = p$ geeft $x^2+1 = \frac{1}{p}$ — 1
- Dit geeft $x^2 = \frac{1}{p} - 1$, dus $x = \sqrt{\frac{1}{p}-1}$ of $x = -\sqrt{\frac{1}{p}-1}$ — 1
- Dus $AB = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{p}-1}$ — 1

Opmerking
Als de oplossing $x = -\sqrt{\frac{1}{p}-1}$ *niet expliciet vermeld is, en er ook geen verwijzing naar symmetrie is gemaakt, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.*

16 maximumscore 4

- $CD = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1-p}-1}$ — 2
- $AB \cdot CD = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{p}-1} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1-p}-1} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1-p}{p}} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{1-(1-p)}{1-p}}$ — 1
- Dus $AB \cdot CD = 4 \cdot \sqrt{\frac{1-p}{p}} \cdot \sqrt{\frac{p}{1-p}} = 4 \cdot 1 = 4$ — 1

of

- $CD = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1-p}-1}$ — 2
- $AB \cdot CD = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{p}-1} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{1-p}-1} = 4 \cdot \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1-p} - \frac{1}{1-p} - \frac{1}{p} + 1}$ — 1
- Dus $AB \cdot CD = 4 \cdot \sqrt{\frac{1}{p(1-p)} - \frac{p}{p(1-p)} - \frac{1-p}{p(1-p)} + 1} = 4 \cdot \sqrt{\frac{1-p-(1-p)}{p(1-p)} + 1} = 4 \cdot 1 = 4$ — 1

17 maximumscore 3

- Vermenigvuldigen met a ten opzichte van de x-as geeft $y = \frac{a}{x^2+1}$ — 1
- Vervolgens vermenigvuldigen met a ten opzichte van de y-as geeft $y = \frac{a}{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + 1}$ — 1
- $f_a(x) = \frac{a}{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + 1} = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$ (of $f_a(x) = \frac{a}{a^{-2}x^2 + 1}$) — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetische eerste vijf kandidaten per examinator in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 26 mei naar Cito.

De normering in het tweede tijdvak wordt mede gebaseerd op door kandidaten behaalde scores. Als het tweede tijdvak op uw school wordt afgenomen, zend dan ook van uw tweede-tijdvak-kandidaten de deelscores in met behulp van het programma WOLF.