

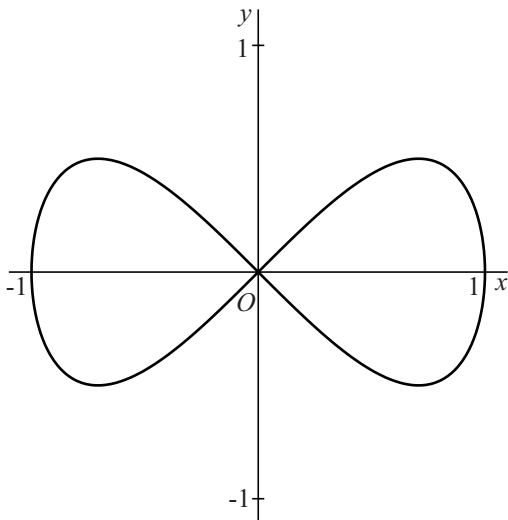
Lemniscaat

Punt P beweegt volgens de bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \cdot \cos t \end{cases} \quad \text{met } 0 \leq t < 2\pi$$

In figuur 1 is de baan van P getekend. Deze baan wordt **lemniscaat** genoemd.

figuur 1



Tijdens de beweging passeert punt P vier keer de lijn met vergelijking $y = \frac{1}{4}$.

4p **14** Bereken exact voor welke waarden van t dit het geval is.

De snelheid van P op tijdstip t is gelijk aan $\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}$.

P gaat twee keer door de oorsprong O , beide keren met even grote snelheid.

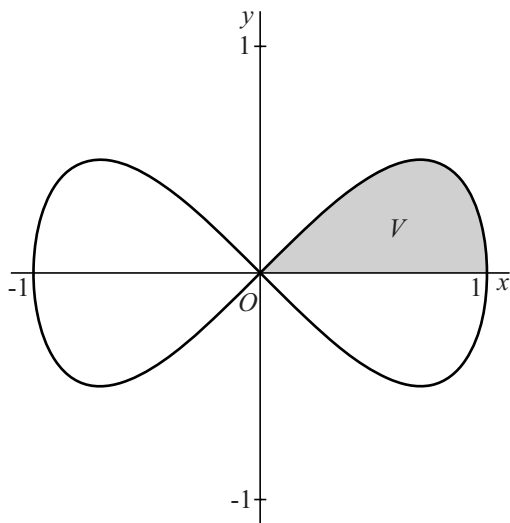
6p **15** Bereken exact deze snelheid.

Een vergelijking van de baan van P is: $y^2 = x^2(1 - x^2)$.

3p **16** Bewijs dit.

De lemniscaat snijdt de positieve x -as bij $x = 1$.
 V is het vlakdeel boven de x -as dat wordt ingesloten door de lemniscaat en de positieve x -as. Zie figuur 2.

figuur 2



- 4p 17 Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V om de x -as wordt gewenteld.