

We gaan nu weer uit van de formule $T = 0,143 \cdot (15 - q) + \sqrt{p^2 + q^2}$ en we bekijken $\frac{dT}{dq}$. Er geldt:

$$\frac{dT}{dq} = -0,143 + \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}}$$

- 4p 12 Laat zien dat door deze afgeleide gelijk aan 0 te stellen de vergelijking $q = 0,14p$ ontstaat, waarbij 0,14 is afgerond op twee decimalen.

Geocachen

Geocachen is een activiteit waarbij je verborgen schatten zoekt. Vrijwilligers verstoppen een klein kistje - een zogeheten geocache op een bepaalde plaats - en publiceren de coördinaten van de betreffende plaats op internet. De geocachers kunnen daarna de geocache zoeken met behulp van een gps-systeem. Deze activiteit ontstond in 2000 in de Verenigde Staten en heeft sindsdien een hoge vlucht genomen. In deze opgave bekijken we hoe het aantal op internet gepubliceerde geocaches groeide. In de tabel zie je de aantallen voor de periode 2000-2011.

tabel

datum	aantal geocaches
3 mei 2000	1
1 januari 2007	500 000
15 maart 2010	1 000 000
27 augustus 2011	1 500 000

De groei van het aantal geocaches was spectaculair. Een eerste model om het aantal geocaches te beschrijven is als volgt:

$$N(t) = 4 \log\left(\frac{13}{13-t}\right)$$

Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2000 en N het aantal geocaches in miljoenen.

- 3p 13 Bereken hoeveel het aantal geocaches dat dit model oplevert voor 1 januari 2007 afwijkt van het werkelijke aantal. Rond je antwoord af op duizendtallen.

Om te berekenen op welk moment een bepaald aantal geocaches bereikt is, kun je dit model omschrijven tot een formule van de vorm:

$$t = a - b \cdot c^{-N}$$

4p **14** Bereken de waarden van de constanten a , b en c .

Hoewel dit eerste model redelijk paste voor de periode 2000-2011, is het nu niet meer bruikbaar.

2p **15** Leg uit hoe je aan de formule van het eerste model ziet, dat dit model nu niet meer bruikbaar is.

Na 2011 was de groei van het aantal geocaches minder spectaculair. Dit was mede aanleiding om het model bij te stellen. Hieruit kwam het tweede model voort:

$$M(t) = \frac{5,6}{1 + 87 \cdot e^{-0,3t}}$$

Ook hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2000 en M het aantal geocaches in miljoenen. M is stijgend, dus het aantal geocaches wordt groter naarmate t groter wordt.

Je kunt met behulp van alleen de formule voor $M(t)$, dus zonder te differentiëren of gebruik te maken van de grafiek, beredeneren dat de stijging van het aantal geocaches op den duur heel klein wordt.

4p **16** Geef zo'n redenering.