

Lepelaars

Een lepelaar is een vogel met een lepelvormige snavel die in Nederland onder andere op de Waddeneilanden voorkomt. Sommige lepelaars hebben ringen om hun poten, waardoor onderzoekers ze individueel kunnen volgen.

foto



Lepelaars die geringd worden, krijgen zes smalle ringen om, drie om elke poot. Hierbij gelden de volgende regels:

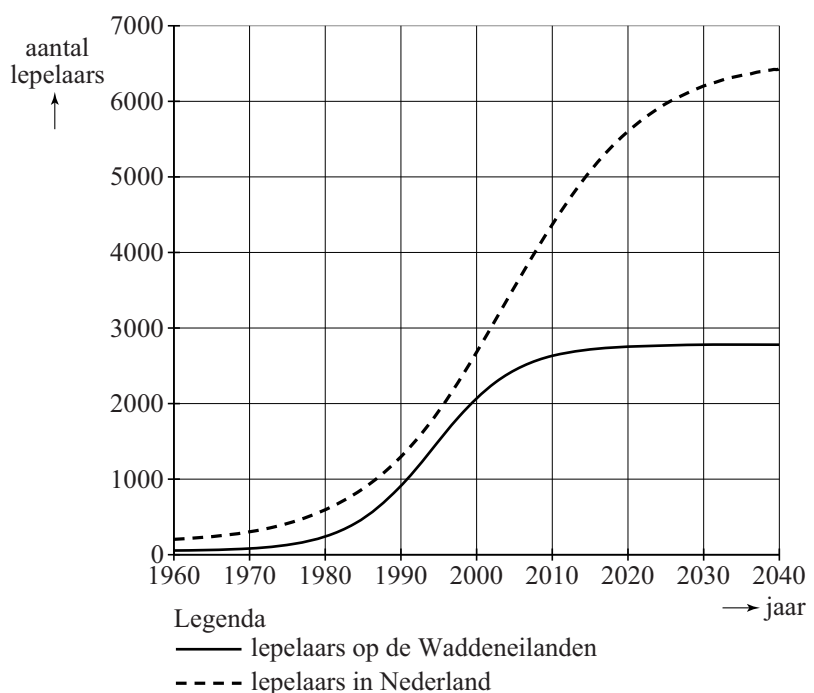
- één van de zes ringen is een zilverkleurige ring;
- de andere vijf ringen kunnen voorkomen in acht andere kleuren, waarbij dezelfde kleur ook vaker gebruikt mag worden;
- één van die vijf gekleurde ringen heeft een uitsteeksel, een 'vlag'.

- 4p 1 Bereken op hoeveel verschillende manieren een lepelaar volgens deze regels geringd kan worden.

Onderzoekers hebben op basis van waarnemingen modellen opgesteld voor het aantal lepelaars in Nederland. In de figuur zie je de aantallen lepelaars voor de Waddeneilanden en voor heel Nederland in de periode 1960-2040. De figuur staat ook op de uitwerkbijlage. De doorgetrokken grafiek is een model voor het aantal lepelaars op de Waddeneilanden en de gestippelde grafiek voor het totale aantal lepelaars in Nederland.

Uit de figuur kun je aflezen dat het percentage van het totale aantal lepelaars in Nederland dat op de Waddeneilanden leeft, in de periode 1980 tot 2000 is toegenomen. Stel dat de aantallen lepelaars zich ontwikkelen volgens de grafieken.

figuur



- 3p 2 Onderzoek of het percentage van het totale aantal lepelaars dat op de Waddeneilanden leeft in 2040 groter is dan dat in 2010.

In de periode 1980-2000 groeide het aantal lepelaars op de Waddeneilanden bij benadering exponentieel. In 1980 waren er ongeveer 200 lepelaars op de Waddeneilanden en in 2000 ongeveer 2100. Op basis van deze gegevens kun je een formule opstellen voor deze exponentiële groei. Met deze formule is het aantal lepelaars op de Waddeneilanden in 2010 te voorspellen.

- 5p **3** Stel deze formule op en bereken het verschil tussen het aantal lepelaars op de Waddeneilanden in 2010 volgens deze formule en volgens het model in de figuur. Rond je antwoord af op honderdtallen.

Het volgende model geeft een betere benadering voor het aantal lepelaars op de Waddeneilanden:

$$N(t) = \frac{2780}{1 + 12,9 \cdot 0,834^t}$$

Hierin is N het aantal lepelaars en t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 maart 1980. De afgeleide van N is:

$$N'(t) = \frac{6510 \cdot 0,834^t}{(1 + 12,9 \cdot 0,834^t)^2}$$

De grafiek van N is eerst toenemend stijgend en daarna afnemend stijgend.

- 5p **4** Beredeneer dit aan de hand van een schets van de grafiek van N' en bereken met behulp van deze grafiek in welk jaar de toenemende stijging overgaat in een afnemende stijging.

Volgens de bovenstaande formule van $N(t)$ nadert het aantal lepelaars op de Waddeneilanden op den duur de grenswaarde 2780.

- 5p **5** Leg uit hoe die grenswaarde uit deze formule volgt en bereken in welk jaar het aantal lepelaars op de Waddeneilanden volgens deze formule voor het eerst minder dan 5% verschilt van de grenswaarde.